

Propostas de metodologias para a formação de preços por oferta no Brasil

P&D ANEEL PD-00403-0050/2020

**Entregável 11: Estudos de caso com o modelo de
equilíbrio de Nash**

Preparado para



Abril 2022

Conteúdo

1	Introdução	4
1.1	O projeto de P&D	4
1.2	O presente relatório	5
1.3	Estrutura do relatório	6
2	Fundamentos teóricos	7
2.1	Contextualização	7
2.2	O problema do operador	9
2.3	O problema dos agentes	18
2.4	Equilíbrio de Nash	22
2.5	Fundamentos para uma estratégia de solução	23
3	O modelo de equilíbrio de Nash	33
3.1	Visão geral	33
3.2	Paradigmas da representação	35
3.3	Os módulos que compõem o modelo de equilíbrio de Nash	40
3.4	Uso do software	50
3.5	Formatos de dados de entrada	50
4	Integração com o conversor de dados	54
4.1	Uso do software	54
4.2	Processos automáticos do conversor	58
4.3	Processos manuais que cabem ao usuário	60
5	Estudos de caso com o sistema brasileiro	62
5.1	Visão geral do caso	62
5.2	Análises representativas do equilíbrio em competição perfeita	64
5.3	Análise de convergência	70
5.4	Resultados de equilíbrio de Nash	73
6	Conclusões	84
7	Referências	86
8	Anexo 1: Glossário	88
9	Anexo 2: Notação consolidada	89
9.1	Índices e conjuntos	89

9.2	Parâmetros exógenos.....	90
9.3	Variáveis de decisão	90
9.4	Funções.....	91
9.5	Operadores.....	91
10	Anexo 3: Arquivos de dados da rodada MinCost	92
10.1	 Arquivos de vazões afluentes	92
10.2	 Arquivos de dado resultantes da minimização de custo	92
10.3	 Formato GRAF	93

1 INTRODUÇÃO

1.1 O projeto de P&D

Em processos de liberalização e abertura de mercados elétricos, o mecanismo de *formação de preço* da energia elétrica no mercado atacadista tem papel crucial para garantir que agentes geradores possuam os incentivos corretos para produzir mais ou menos (e, igualmente, que consumidores possuam os incentivos corretos para consumir mais ou menos) de tal forma que as suas decisões privadas sejam condizentes com o despacho e expansão ótimas do sistema elétrico (Schweppe et al., 1988; Stoft, 2002; Wolak, 2020). O objetivo do mecanismo de formação de preços, entretanto, não é o cálculo do preço em si – os preços são apenas uma ferramenta para obter um despacho e uma expansão do parque gerador que levem à melhor utilização possível dos recursos existentes, sejam estes recursos naturais, humanos, tecnológicos ou financeiros. Assim, os preços servem como incentivo para que os agentes tomem decisões coerentes com o despacho e expansão ótimos – conectando o mundo físico e o mundo financeiro, e assumindo certo protagonismo no desenho de mercados elétricos competitivos.

No setor elétrico brasileiro, um dos pilares da reforma setorial realizada em 1996 é um mecanismo de formação de preços baseado em custos dos geradores auditados pelo regulador. Este pilar foi mantido em reformas subsequentes do marco regulatório, tais como a introdução de mecanismos focados na garantia de adequabilidade de suprimento de longo prazo em 2004. A mudança no mecanismo de formação de preços no Brasil para um esquema por ofertas diretas dos geradores tem sido discutida pelo setor há alguns anos e ganhou mais “tração” com menções explícitas a esta implementação nas propostas de modernização do marco regulatório colocadas (i) pela Consulta Pública 33, conduzida pelo Ministério de Minas e Energia e encerrada em fevereiro de 2018, e (ii) no Projeto de Lei do Senado 414, introduzido em 2021.

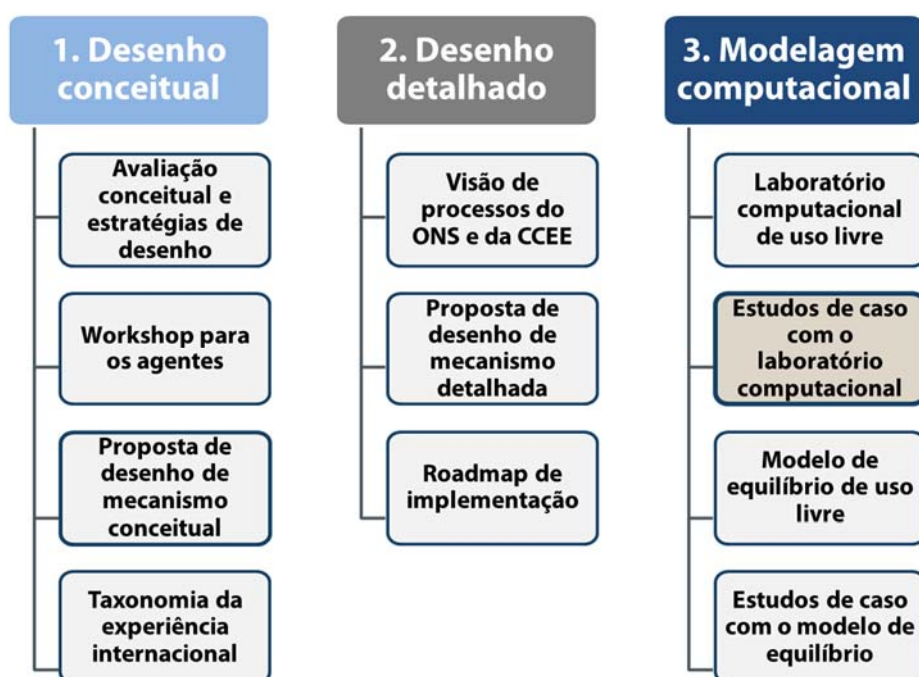
Neste contexto, a Engie como contratante, contando com o apoio do ONS e da CCEE como cooperadas técnicas, iniciou em março de 2020 o projeto de P&D ANEEL PD-00403-0050/2020, intitulado “Propostas de metodologias para a formação de preços por oferta no Brasil”. Este processo terá como executora a PSR e contará com o apoio de pesquisadores renomados no assunto, notavelmente os professores Carlos Batlle (MITEI-Comillas), Frank Wolak (Stanford) e Alexandre Street (PUC-Rio).

O projeto de P&D é dividido em 3 Fases, cada uma das quais tem objetivos bem definidos e entregáveis associados. A Figura 1 inclui uma representação esquemática dos entregáveis previstos:

- Fase 1 (Entregáveis 1 a 4): Construção de uma discussão de alto nível com a sociedade brasileira a respeito dos princípios e das consequências da implementação de um mecanismo de formação de preços baseado em ofertas dos agentes, construindo uma proposta de desenho conceitual adaptada para a realidade brasileira e respaldada por experiências internacionais de implementação de mecanismos similares.
- Fase 2 (Entregáveis 5 a 7): Traduzir o desenho conceitual sugerido na Fase 1 em uma proposta concreta para o Brasil, destacando o papel das instituições (em particular, do ONS e CCEE, cujos processos internos podem ser significativamente afetados por essa potencial mudança) e a necessidade de se ter clareza no desenho de mecanismos que dão suporte ao mecanismo de formação de preços (elementos do desenho detalhado).

- Fase 3 (Entregáveis 8 a 11): Apresentar exercícios quantitativos buscando representar a realidade do Brasil após a implementação do mecanismo de formação de preço baseado em ofertas, incluindo potenciais comportamentos futuros dos agentes e consequências da implementação do novo modelo. Além disso, disponibilizar à sociedade ferramentas analíticas que viabilizem que outros agentes e pesquisadores realizem exercícios quantitativos similares e explorações adicionais.

Figura 1 – Entregáveis previstos em cada fase do projeto de P&D



1.2 O presente relatório

Este relatório é referente ao 11º entregável deste projeto de P&D, intitulado “Estudos de caso com o modelo de equilíbrio de Nash” e, assim como os entregáveis 8, 9 e 10, é parte da terceira fase do Projeto, dedicada à modelagem computacional do despacho por oferta. O referido documento descreve a metodologia empregada no desenvolvimento do modelo de equilíbrio de Nash do entregável 10 deste projeto, bem como as simplificações, em relação ao desenho de mercado proposto, que foram adotadas pelos desenvolvedores, para o funcionamento teórico adequado do modelo sem perda de representatividade dos resultados.

Além disso, apresenta estudos de caso com o modelo iterativo desenvolvido para o entregável 10 deste P&D, que utiliza o conceito de equilíbrio de Nash em métodos iterativos para desenhar a estratégia de oferta ótima dos agentes. Tal processo de formação de oferta supõe racionalidade dos agentes, que tentam, a cada iteração, antecipar a estratégia de oferta de seus concorrentes para aperfeiçoar suas ações. Quando este processo passa a gerar diferenças pouco significativas, o modelo converge para um resultado satisfatório de equilíbrio em que todos os agentes estão tomando uma estratégia ótima para a maximização do seu lucro individual levando em consideração as condições do mercado.

O modelo desenvolvido para o entregável 10, batizado como OptNash, encontra-se na pasta <https://www.dropbox.com/sh/mwi5fpj9mrptxg0/AACRHPHlK-BI4MwdZZHoSnCRa?dl=0>,

juntamente com os casos exemplo descritos no capítulo 5 do presente relatório. Os dados de entrada deste segundo caso foram convertidos de bases de dados oficiais do sistema elétrico brasileiro (NEWAVE e DESSEM) para o formato utilizado pelos softwares desenvolvidos no âmbito do presente projeto de P&D.

1.3 Estrutura do relatório

Além desta introdução (capítulo 1), este relatório está organizado da seguinte forma:

- O capítulo 2 descreve, no contexto do desenho de mercado proposto por este P&D, como funciona o problema do operador, responsável por minimizar o custo com base nas declarações realizadas pelos agentes. Além disso, o capítulo trata do problema de otimização realizado pelo agente ofertante em decisões de curto e longo prazo, descreve o conceito de equilíbrio de Nash e apresenta os fundamentos para uma estratégia de solução do problema de otimização envolvendo um mercado com formação de preços por ofertas.
- O capítulo 3 descreve em detalhes a metodologia empregada no OptNash, passando pelos fundamentos algorítmicos e princípios de maximização de lucro e equilíbrio em casos com ou sem poder de mercado, com um ou múltiplos estágios.
- O capítulo 4 apresenta o conversor de dados, uma ferramenta auxiliar também desenvolvida no âmbito do presente projeto de P&D e que permite o uso de dados utilizados pelos modelos oficiais do sistema elétrico brasileiro como ponto de partida para a construção de bases de dados no formato esperado pelos modelos desenvolvidos para a modelagem de um mercado baseado em ofertas: o BidBasedDispatch (Laboratório Computacional, Entregável 8) e o OptNash (Modelo de Equilíbrio de Nash, Entregável 10).
- O capítulo 5 apresenta estudos de caso do Optnash envolvendo dois casos exemplo: um com um único subsistema e um único agente formador de preços, e outro envolvendo uma representação realista do sistema brasileiro completo (com 4 submercados e 3 agentes formadores de preços).
- Finalmente, o capítulo 6 apresenta as conclusões do relatório.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

O objetivo central do modelo de equilíbrio desenvolvido no âmbito deste projeto de P&D é solucionar o problema de equilíbrio de mercado em um sistema hidrotérmico – portanto, em um contexto em que as estratégias dos agentes são afetadas pela intertemporalidade. Este é um problema bastante complexo, e a abordagem de solução selecionada para implementação neste P&D em particular (que será descrita em detalhe no capítulo 3) não é a única possível. Com isto em mente, apresentamos neste capítulo a lógica da estrutura fundamental do problema – ou seja, paradigmas de representação que seriam comuns a uma ampla gama de implementações, que podem ser usados como ponto de partida em uma busca por estratégias de solução alternativas.

2.1 Contextualização

Existe ampla literatura acerca de modelos teóricos e computacionais para simulação do despacho de sistemas elétricos. Tais modelos podem diferir em diversos aspectos, a depender da finalidade pretendida e dos recursos computacionais disponíveis. Por exemplo, o horizonte de tempo considerado pode ser de um ou poucos dias, para o planejamento no curtíssimo prazo e estudos de estabilidade de rede, chegando a alguns anos, para a avaliação de cenários de evolução do mercado elétrico. Entre vários outros aspectos, eles podem considerar a rede de transmissão e/ou restrições técnicas de usinas geradoras em diferentes níveis de complexidade, podem ser estáticos ou dinâmicos, ter uma demanda elástica ou inelástica, seguir diferentes estratégias de modelagem, ser determinísticos ou estocásticos – e, por sua vez, as variáveis aleatórias consideradas podem ser diversas, tais como a demanda, as vazões, a geração solar e eólica, indisponibilidades de usinas etc.

Apesar dessas diferenças, é possível dizer, de grosso modo, que existem duas grandes classes de modelos: de um lado, os modelos que buscam otimizar o despacho de um modo “centralizado”. Em geral, eles seguem uma abordagem de otimização, buscando minimizar o custo total de operação (considerando possivelmente outros critérios, tais como a aversão ao risco) do sistema como um todo, ao longo do horizonte de estudo. Chamaremos essa classe de modelos de “*problema do operador*”, uma vez que este é essencialmente o objetivo dos operadores de redes elétricas ao redor do mundo – de fato, é em base a esses modelos que o despacho real é decidido em grande parte dos mercados elétricos mundiais.

A outra classe de modelos segue uma abordagem “descentralizada”. Nesses modelos, cada agente de geração decide individualmente o quanto está disposto a gerar de energia e/ou a que preço, buscando maximizar seu lucro individual. Em alguns modelos, também se considera a atuação de consumidores de energia, decidindo individualmente o quanto estão dispostos a comprar e/ou a que preço. O despacho resultante advém de algum conceito de equilíbrio de mercado – dentre os quais o mais comum é o de *equilíbrio de Nash*.

Existe uma clara relação entre as duas classes de modelos e o mecanismo de formação de preços do mercado que se busca simular. Em um *mecanismo de formação de preços por custos auditados*, a decisão de despacho é essencialmente o problema do operador. Isto é, dados os custos (auditados) dos geradores, o operador do sistema resolverá um problema de otimização para encontrar o despacho que

resulte no mínimo custo total de operação. Esta é a abordagem atual do ONS para a decisão de despacho, a partir do resultado do modelo computacional de otimização DESSEM¹.

Em um *mecanismo de formação de preços por oferta dos agentes*, ainda faz sentido estudar o “problema do operador”. Como visto em relatórios anteriores deste P&D, se o Brasil optar pela adoção desse mecanismo, o DESSEM continuaria sendo usado pelo ONS – com a necessidade de algumas adaptações, como visto no Entregável 7 (“Roadmap de implementação”) – mas os custos e outros parâmetros de cada central geradora viriam diretamente das ofertas individuais dos agentes. Neste sentido, o problema do operador deve ser reinterpretado: dado que as ofertas não correspondem necessariamente aos custos reais dos agentes, é possível que o despacho resultante não seja aquele que minimize de fato o custo total do sistema². Portanto, em um mecanismo de formação de preços por oferta dos agentes é mais correto entender o problema do operador como o de “fechamento de mercado”, isto é, o operador escolherá a melhor combinação de ofertas disponíveis que iguale a oferta à demanda. Na prática, a formulação matemática do problema é a mesma que para um mecanismo de formação de preços por custos auditados, apenas deve-se tomar cuidado com sua interpretação. Retornaremos a esse tema na seção 2.2.3.

Embora o problema do operador ainda faça sentido em um mecanismo de formação de preços por oferta dos agentes, ele representa uma visão incompleta do mercado. Ainda que modelo indique qual seria o despacho resultante, dado um conjunto de ofertas dos agentes do sistema, ele não responde quais seriam essas ofertas dos agentes, em primeiro lugar. Isto é, as ofertas dos agentes seriam parâmetros exógenos para o problema do operador. No entanto, se quisermos entender o comportamento dos agentes sob diferentes condições de mercado e o impacto dessas estratégias sobre a eficiência econômica e operativa do sistema, é preciso de modelos em que as ofertas preço-quantidade sejam endógenas. Os “modelos descentralizados” vão ao encontro desta demanda, sendo uma representação mais adequada do funcionamento do mercado por ofertas, em que cada agente deve decidir suas ofertas preço-quantidade buscando maximizar seu lucro individual – e tendo ciência de como afetarão as decisões de despacho e preço feitas pelo operador.

Ressaltamos: do ponto de vista do ONS, ao adotar um modelo de formação de preços por ofertas, ele seguirá resolvendo o problema do operador (o DESSEM, com algumas adaptações). Para o operador, as ofertas são, de fato, exógenas. O operador não utilizará um modelo computacional com ofertas *endógenas* para decidir o despacho – embora ele possa ser utilizado, por exemplo, pela entidade de monitoramento para investigar temas relacionados à concentração de mercado.

O modelo adotado no presente relatório pertence a classe de “modelos descentralizados”, com a estratégia de cada agente sendo determinada endogenamente. Os objetivos desse modelo são puramente didáticos e investigativos. Não é prevista, a princípio, a sua adoção pelas entidades governamentais com nenhum fim oficial.

¹ Na prática, o despacho adotado não corresponde exatamente ao resultado do DESSEM. Devido às limitações do modelo e outras considerações adotadas pelo operador, se realizam alguns ajustes sobre o despacho resultante do DESSEM.

² Idealmente, se houver suficiente competitividade e monitoramento de mercado, as ofertas dos agentes devem corresponder a seus custos reais e essa preocupação seria minimizada. Vale observar também que é possível que um mecanismo de formação de preços por ofertas dos agentes leve a um custo menor para o sistema, uma vez que ele pode levar a um despacho mais adequado à percepção de risco dos agentes e ser mais robusto a imperfeições dos modelos computacionais do operador. Para maior discussão do tema, ver Entregável 1 deste P&D (“Avaliação conceitual e estratégias de desenho”).

Cabe observar que o problema descentralizado é de difícil solução e a literatura acerca do tema é significativamente menor se comparada ao problema do operador, especialmente se consideramos as complexidades de um sistema com forte presença hidrelétrica, tal como o brasileiro. Por este motivo, o tratamento deste problema só é possível mediante algumas simplificações de modelagem, tais como as descritas no capítulo 3. Trabalhos pioneiros no tema são relativamente recentes (Martin & Fanzeres, 2021), indicando que o trabalho realizado no presente P&D é relativamente pioneiro; e incluem (M. V. Pereira et al., 2005; Ruiz & Conejo, 2009). Para o leitor interessado, também se sugerem os seguintes trabalhos: (Garcia & Chabar, 2016; Nasrolahpour et al., 2018; Rintamäki et al., 2020).

Em particular, em (Garcia & Chabar, 2016), faz-se distinção entre quatro classes de problemas de equilíbrio de Nash: (i) o agente termelétrico tomador de preços, (ii) o agente termelétrico formador de preços, (iii) o agente hidrelétrico tomador de preços, e (iv) o agente hidrelétrico formador de preços. Notavelmente, o problema do agente tomador de preços é mais simples que o agente formador de preços (já que é necessário levar em conta o efeito das estratégias dos agentes sobre os preços), e o problema do agente termelétrico é mais simples que o problema do agente hidrelétrico (por não envolver questões intertemporais, como será explorado na seção 2.2.5).

O presente capítulo se dedica a explorar:

- i. Como definir formalmente o que denominamos “problema descentralizado”, a partir da formulação matemática geral do *problema do operador* e do *problema de maximização de lucro dos agentes* – o que será feito nas seções 2.2 e 2.3, partindo do caso mais simples (estático e determinístico) para o mais complexo (multiperíodo e estocástico).
- ii. O que constitui uma solução do problema descentralizado, o que será feito na seção 2.4, a partir do conceito de equilíbrio de Nash.
- iii. Princípios e conceitos gerais para a resolução computacional deste problema, conforme será apresentado na seção 2.5.

2.2 O problema do operador

2.2.1 Introdução

Nesta seção, apresentamos o problema do operador de fechamento de mercado. Dadas as ofertas dos agentes, o operador encontrará aquelas que atendem à demanda ao menor custo. Na seção 2.2.2, o problema mais simples (estático, determinístico, sem complexidades físicas) é apresentado. A seção 2.2.3 discute a relação deste problema com o de minimização de custos em um mercado com formação de preços por custos auditados. As seções 2.2.4 em diante introduzem gradualmente complexidades adicionais ao problema: a seção 2.2.4 introduz restrições físicas do sistema; a seção 2.2.5 introduz o problema dinâmico (isto é, multiperíodo), mas sem complexidades físicas; a seção 2.2.6 introduz o problema multiperíodo com complexidades físicas; por fim, a seção 2.2.7 introduz estocasticidade no problema.

2.2.2 O problema de fechamento do mercado

O problema de fechamento do mercado, ou *market clearing*, determina alocações ótimas de produção e consumo de energia para cada agente em função das suas ofertas submetidas no mercado. A versão mais simples deste procedimento de liquidação é representada no problema de otimização (1) abaixo, e

envolve um único produto homogêneo (no caso a eletricidade), transacionado em um único período, em que a demanda é uma variável exógena e inelástica.

Na notação deste problema de otimização, temos:

- $j \in \mathcal{J}$ é o índice que indexa os diferentes agentes participantes do mercado (capazes de submeter ofertas). Cada elemento do conjunto $\mathcal{J}$ pode ser um gerador, uma demanda, uma bateria, ou qualquer outro ativo que compõe a “unidade” essencial relevante para o problema de otimização.
- $m \in \mathcal{M}(j)$ é o índice que indexa os diferentes segmentos de oferta (cada “segmento” representa um par preço-quantidade).
- P_{mj} é o dado de entrada que representa o preço de oferta do agente j no segmento m .
- E_{mj} é o dado de entrada que representa a quantidade ofertada pelo agente j no segmento m (um valor negativo, no caso de consumidores de energia).
- D é o dado de entrada que representa a demanda “não-alocada”, ou seja, que precisa ser atendida, mas que não está associada a nenhum ofertante.
- x_{mj} é a variável de decisão que indica o percentual (entre 0 e 100%) da oferta do agente j no segmento m que será aceita na liquidação do problema de otimização.
- e_{mj} é a variável de decisão que representa a quantidade de energia aceita na oferta do agente (uma quantidade de energia vendida se E_{mj} for positivo ou uma quantidade de energia comprada se E_{mj} for negativo) – um produto simples das variáveis E_{mj} e x_{mj} .
- π é a variável dual que representa o preço marginal da energia.

O “Anexo 2: Notação consolidada” resume toda a notação utilizada neste capítulo, incluindo as definições acima.

Esta representação implicitamente considera que todas as tecnologias são entendidas como totalmente flexíveis, visto que a variável de acionamento pode assumir qualquer valor entre zero e um sem considerar nenhum tipo de limitação física – como start-up, rampas, e outros (o que será complementado na seção 2.2.4). A equação de balanço (1b) garante que, na solução ótima encontrada, a quantidade total de energia vendida deve ser igual à demanda D . Nota-se que uma variável de déficit para esta demanda deve ser representada como uma oferta de venda adicional submetida no mercado. Além disso, a formulação é compatível com ofertas de compra – definidas como as ofertas que têm E_{mj} negativo, e que terão, portanto, $e_{mj} \leq 0$. Em particular, caso toda a demanda do sistema esteja alocada a agentes compradores, a formulação é compatível com $D = 0$ – caso em que um agente só poderá comprar energia se houver um outro agente vendendo-a, e vice-versa.

A variável dual associada à restrição de balanço corresponde ao preço da oferta marginal, que usualmente³ será a única oferta (seja de compra ou de venda) que possui uma fração de aceite x_{mj} intermediária entre zero e 1. Em modelos de mercado, tipicamente este preço marginal π representa o valor da remuneração que será recebida pelos agentes proporcionalmente às suas quantidades de oferta

³ Na ausência de soluções degeneradas, e considerando a relativa simplicidade do problema (1)

aceitas, e_{mj} (nota-se que um agente comprador terá quantidade de oferta aceita negativa e “receita” negativa, representando um pagamento ao mercado, exatamente como o esperado).

$$z = \min \sum_{\substack{j \in \mathcal{J} \\ m \in \mathcal{M}(j)}} P_{mj} e_{mj} \quad (1a)$$

$$s. t. \quad \sum_{\substack{j \in \mathcal{J} \\ m \in \mathcal{M}(j)}} e_{mj} = D \quad \leftarrow \pi \quad (1b)$$

$$0 \leq x_{mj} \leq 1 \quad \forall j \in \mathcal{J}, m \in \mathcal{M}(j) \quad (1c)$$

$$e_{mj} = E_{mj} x_{mj} \quad \forall j \in \mathcal{J}, m \in \mathcal{M}(j) \quad (1d)$$

Nota-se que a função objetivo é análoga à minimização de custos, buscando sempre aceitar as ofertas de venda mais baratas (baixo P e E positivo) e as ofertas de compra mais caras (alto P e E negativo). A principal limitação para uso desta notação é que o problema (1) é bastante simplificado e não inclui uma série de complexidades de uma representação mais realista do problema do setor elétrico. Com isto em mente, a partir da seção 2.2.4 iremos complementar esta notação com propostas para torná-la mais realista.

2.2.3 O problema de minimização de custos

Embora o problema de otimização do operador seja comumente descrito como uma minimização de custos, no contexto do presente projeto de P&D em particular fizemos uma mudança de foco, colocando mais ênfase sobre o papel do operador no fechamento do mercado (ou *market clearing*) como apresentado na seção 2.2.2. Na verdade, a forma como o problema (1) foi definido é geral o suficiente para acomodar uma interpretação desta formulação como um problema de minimização de custos do operador central. Para esta interpretação alternativa, basta que os parâmetros P e E sejam definidos pelo operador com base em estimativas da realidade física do sistema: ou seja, com base em estimativas do custo variável unitário e da potência instalada, respectivamente, para cada ativo do sistema.

Embora esta interpretação seja perfeitamente consistente, será relevante introduzir uma notação para o custo operativo que seja independente das ofertas preço-quantidade submetidas por cada agente. Com isto em mente, representaremos a tomada de decisão de um operador que minimiza custos operativos diretamente como o problema (2). Nota-se que, em comparação com o problema (1), este problema representa uma função custo $\mathbb{C}$ aplicada à geração de cada agente individual (no lugar dos preços ofertados P) e um parâmetro de capacidade máxima disponível $\tilde{E}_j$ (no lugar das quantidades ofertadas E). Nota-se ainda que a formulação baseada em custos não precisa representar segmentos de oferta explicitamente – embora a função custo $\mathbb{C}$ possa incorporar a informação de um custo crescente com a energia vendida e_j .

Ao longo das seções subsequentes, daremos preferência à formulação do problema apresentada na seção 2.2.2, visto que no contexto de um mercado baseado em ofertas o principal papel do operador é realizar o fechamento do mercado (e não a minimização de custos diretamente). Entretanto, a notação do problema (2) será relevante nos desenvolvimentos da seção 2.3 em que os agentes buscam otimizar a sua estratégia.

$$z = \min \sum_{j \in \mathcal{J}} \mathbb{C}_j(e_j) \quad (2a)$$

$$s. t. \sum_{j \in \mathcal{J}} e_j = D \quad \leftarrow \pi \quad (2b)$$

$$0 \leq x_j \leq 1 \quad \forall j \in \mathcal{J} \quad (2c)$$

$$e_j = \tilde{E}_j x_j \quad \forall j \in \mathcal{J} \quad (2d)$$

2.2.4 Introduzindo complexidades físicas no problema intratemporal

A versão do problema de otimização apresentada na seção 2.2.3 evidentemente não incorpora todas as complexidades do problema de otimização do setor elétrico. Em particular, deseja-se permitir a representação de múltiplas regiões (ou submercados, ou nós da rede), com possibilidade de intercâmbio entre eles – mas também com a possibilidade de que haja preços diferentes por submercado.

Para isto, será necessário introduzir o novo índice $s \in \mathcal{S}$ que indexa as diferentes regiões (ou submercados, ou nós da rede). Com isto, os ativos passam a exigir uma nova organização: definimos $\mathcal{J} = \bigcup_{s \in \mathcal{S}} \mathcal{J}(s)$, onde $\mathcal{J}(s)$ são conjuntos disjuntos que especificam a região à qual cada ativo pertence, e passamos a definir as demandas D_s também individualmente para cada região. Adicionaremos ainda uma nova variável $f_{s\hat{s}}$, representando o fluxo de energia sendo transferido da região $s \in \mathcal{S}$ para a região $\hat{s} \in \mathcal{S}$ por meio de interconexões existentes.

Finalmente, criaremos uma função de restrições genéricas $\mathbb{L}$, que retorna um vetor de valores que são usados para validar as restrições físicas do problema. Escolhemos manter esta representação da função $\mathbb{L}$ abstrata, como representado na equação (3e), de modo a permitir uma maior flexibilidade implícita para o que exatamente estaria incorporado a esta representação. Por exemplo, a depender da representação escolhida para as regiões s , poderia haver restrições adicionais para os fluxos de intercâmbio que representem as leis de Kirchoff (que não estariam presentes no caso de uma representação baseada em subsistemas interconectados por “tubos”). A função $\mathbb{L}$ pode ainda representar, por exemplo, restrições de soma de fluxo em intercâmbios, limitações físicas em usinas individuais ou conjuntos de usinas (por exemplo, indisponibilidades, restrições de rampa, *start-up* e outras). Embora tais restrições sejam importantes (e possam afetar tanto a função objetivo quanto o cálculo dos preços marginais), elas não serão objeto central das discussões e formulações apresentadas aqui – razão pela qual optou-se pela agregação destas restrições em uma função genérica.

Com isto, reescrevemos o problema de otimização (3) abaixo.

$$z = \min \sum_{\substack{j \in \mathcal{J}(s) \\ m \in \mathcal{M}(j)}} P_{mj} e_{mj} \quad (3a)$$

$$s. t. \sum_{\substack{j \in \mathcal{J}(s) \\ m \in \mathcal{M}(j)}} e_{mj} + \sum_{\hat{s} \in \mathcal{S}} (f_{s\hat{s}} - f_{\hat{s}s}) = D_s \quad \forall s \in \mathcal{S} \quad (3b)$$

$$0 \leq x_{mj} \leq 1 \quad \forall j \in \mathcal{J}, m \in \mathcal{M}(j) \quad (3c)$$

$$e_{mj} = E_{mj} x_{mj} \quad \forall j \in \mathcal{J}, m \in \mathcal{M}(j) \quad (3d)$$

$$\mathbb{L}(\{e_{mj}\}_{mj}, \{f_{ss}\}_{ss}) \leq 0 \quad (3e)$$

Vale destacar que, mesmo com estes refinamentos, este problema permanece com uma natureza *intratemporal* – no sentido de que todas as decisões do problema de otimização afetam unicamente o período corrente. No contexto do setor elétrico brasileiro em particular, entretanto, a gestão de reservatórios das hidrelétricas representa uma componente *intertemporal* importante para a tomada de decisão no setor elétrico. A notação para incorporar esta representação da intertemporalidade será apresentada na seção 2.2.5.

2.2.5 O problema multiperíodo e sua representação com variáveis de estado

Vamos tomar um exemplo bastante simples de um problema intertemporal. Por simplificação, consideraremos que há apenas um submercado e que não é necessário representar as restrições genéricas $\mathbb{L}$ – de modo que usaremos como ponto de partida o problema de otimização (1) introduzido na seção 2.2.2 (sem os refinamentos da seção 2.2.4). É necessário ainda introduzir um novo índice $t \in \mathcal{T} = \{1, 2, \dots, T\}$ representando os períodos, e os dados de entrada (P_{mjt}, E_{mjt}, D_t) passam a ter uma dimensão adicional representando os diferentes períodos (ou seja, passam a ser indexados por t); bem como as variáveis de decisão x_{mjt} e e_{mjt} . Nota-se ainda que na função objetivo é representada uma taxa de desconto ρ que introduz uma pequena diferenciação entre os períodos t .

Simplesmente introduzir múltiplos períodos não torna este um problema intertemporal, já que a menos que seja introduzido algum tipo de *acoplamento* entre os períodos ainda seria possível solucionar um problema de otimização para cada período t independentemente. Para que este se torne um problema propriamente intertemporal, é necessário introduzir uma restrição que dependa das decisões tomadas em mais de um período. Neste exemplo, escolhemos representar um subconjunto dos agentes ofertantes, $\mathcal{J}^H \subseteq \mathcal{J}$, que possuem um limite agregado V_j para a energia que podem gerar ao longo do período – como representado na equação (4e). Nota-se que esta representação pode ser interpretada como cada ofertante do conjunto $\mathcal{J}^H$ sendo uma hidrelétrica com volume inicial V_j e sem nenhuma expectativa de afluência em nenhum dos períodos $t \in \mathcal{T}$ representados na otimização. Esta restrição inclui as variáveis de decisão de múltiplos períodos t , de modo que ela é responsável pelo acoplamento que resulta na característica intertemporal do problema.

$$z = \min \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{\substack{j \in \mathcal{J} \\ m \in \mathcal{M}(j)}} \left(\frac{1}{1 + \rho} \right)^t P_{mjt} e_{mjt} \quad (4a)$$

$$s. t. \quad \sum_{\substack{j \in \mathcal{J} \\ m \in \mathcal{M}(j)}} e_{mjt} = D_t \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4b)$$

$$0 \leq x_{mjt} \leq 1 \quad \forall j \in \mathcal{J}, m \in \mathcal{M}(j), t \in \mathcal{T} \quad (4c)$$

$$e_{mjt} = E_{mjt} x_{mjt} \quad \forall j \in \mathcal{J}, m \in \mathcal{M}(j), t \in \mathcal{T} \quad (4d)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{m \in \mathcal{M}(j)} e_{mjt} \leq V_j \quad \forall j \in \mathcal{J}^H \quad (4e)$$

Embora a representação do problema de otimização (4) seja uma forma coerente de se representar o problema multiperíodo, o mais comum é que seja adotada uma formulação *recursiva* baseada em variáveis de estado e funções de custo futuro. Pode-se demonstrar que formulações recursivas deste tipo, como por exemplo a apresentada no problema (5), são perfeitamente equivalentes à representação do problema (4). Nesta formulação, é criada para cada período t uma função z_t que depende dos volumes disponíveis v_{jt}^0 em cada reservatório j do sistema no início do período em questão. Ao final de cada período, o reservatório se esvazia de acordo com as ofertas aceitas de cada agente hidrelétrico (como mostrado pela equação de balanço hídrico (5e)), e o novo volume final (v_{jt}) é utilizado como dado de entrada para a função z_{t+1} do período seguinte. Esta função z_{t+1} faz parte também da função objetivo do problema no período t , como indicado em (5a). Vale destacar ainda que, embora as variáveis de decisão sejam representadas com o índice t para facilitar a sua referência posterior, apenas uma etapa do problema é resolvida de cada vez, com apenas um único valor de t contemplado pelas variáveis de decisão a cada vez que um problema de otimização é construído. Por isso, ao contrário do problema (4), as restrições do problema (5) não são representadas para todo $t \in \mathcal{T}$.

A função z_{t+1} é comumente denominada “função de custo futuro”, já que representa um agregado de custos que se espera incorrer no futuro quando se termina o período t com os reservatórios em determinado volume v . Para que o problema (5) seja equivalente à representação do problema (4), basta introduzir como condições de contorno uma função de custo futuro z_{T+1} igual a zero para o período subsequente ao último período da análise, e um volume armazenado v_{j1}^0 igual a V_j para o primeiro período exclusivamente (para todos os períodos subsequentes, o volume armazenado inicial é tratado como variável de decisão do problema do período anterior). O acoplamento temporal é garantido pela condição de que $v_{jt} = v_{j,t+1}^0$ (isto é, o volume final obtido como variável de decisão de determinado período é usado como volume inicial dado de entrada para o período imediatamente subsequente).

$$z_t(\{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H}) = \min \sum_{\substack{j \in \mathcal{J} \\ m \in \mathcal{M}(j)}} P_{mjt} e_{mjt} + \left(\frac{1}{1 + \rho} \right) z_{t+1}(\{v_{jt}\}_{j \in \mathcal{J}^H}) \quad (5a)$$

$$s. t. \quad \sum_{\substack{j \in \mathcal{J} \\ m \in \mathcal{M}(j)}} e_{mjt} = D_t \quad (5b)$$

$$0 \leq x_{mjt} \leq 1 \quad \forall j \in \mathcal{J}, m \in \mathcal{M}(j) \quad (5c)$$

$$e_{mjt} = E_{mjt} x_{mjt} \quad \forall j \in \mathcal{J}, m \in \mathcal{M}(j) \quad (5d)$$

$$v_{jt} = v_{jt}^0 - \sum_{m \in \mathcal{M}(j)} e_{mjt} \quad \forall j \in \mathcal{J}^H \quad (5e)$$

$$v_{jt} \geq 0 \quad \forall j \in \mathcal{J}^H \quad (5f)$$

É interessante chamar a atenção para o fato de que, embora o problema (5) não inclua nenhum tipo de variável estocástica, a formulação recursiva com funções de custo futuro e variáveis de estado é mais adequada para a incorporação de incertezas deste tipo ao processo de tomada de decisão – como será apresentado na seção 2.2.7.

2.2.6 Introduzindo complexidades físicas no problema multiperíodo

Naturalmente, é interessante combinar as complexidades apresentadas na seção 2.2.4 (associadas a representações físicas realistas do sistema) com as complexidades apresentadas na seção 2.2.5 (associadas à intertemporalidade). Uma dificuldade que surge imediatamente é a representação realista da equação de balanço (5e): embora a abordagem da seção 2.2.5 tenha considerado uma formulação muito simples, uma representação realista do balanço hídrico envolve uma série de outras considerações – tais como o fator de produção da usina hidrelétrica (que pode depender de outros parâmetros), as afluições, outras componentes do balanço hídrico (como água para usos consuntivos e evaporação), e a existência de cascatas (o que cria interdependências entre o balanço hídrico de diferentes usinas).

Felizmente, a própria representação da seção 2.2.4 sugere uma solução para esta dificuldade: da mesma forma que uma série de restrições físicas foram incorporadas por meio da função genérica $\mathbb{L}$, é possível introduzir uma função implícita similar $\mathbb{V}_j$ que representa o balanço hídrico para cada reservatório j . Com isto, podemos escrever a restrição (6f), que descreve o volume dos reservatórios ao fim do período t (v_{jt}) como uma função genérica das decisões de despacho (e_{mjh} e f_{ssh}) e do volume inicial do reservatório naquele período (v_{jt}^0). Vale destacar que o papel das funções $\mathbb{V}_j$ é exclusivamente tratar o balanço hídrico: outras restrições, como a não negatividade da variável de volume, continuariam a ser representadas por meio das restrições $\mathbb{L}$.

Adicionalmente, introduzimos subdivisões temporais $h \in \mathcal{H}(t)$, para uma representação mais realista do nosso problema de otimização intertemporal no setor elétrico. Como apresentado no problema (6), a maior parte das variáveis (tanto dados de entrada quanto variáveis de decisão, com exceção das variáveis de estado v_t) passa a ser indexada de acordo com as subdivisões temporais h , e a função objetivo considera a soma de todas as subdivisões dentro do período t de interesse. A motivação desta representação vem do fato de que, ao lidar com reservatórios de hidrelétricas, é interessante trabalhar com escalas de tempo t relativamente longas – entretanto, neste caso passa a haver uma heterogeneidade muito grande entre os diferentes momentos dentro do período t , de modo que considerar uma única restrição de balanço para todo o período deixa de ser razoável. Há diferentes formas de interpretar as escalas de tempo t e h : por exemplo, se cada período t representa um dia, h pode ser interpretado como as horas; enquanto se t representa um mês, h pode ser interpretado como um “bloco” de horas de características semelhantes. Pode haver algumas sutis diferenças entre as representações físicas do problema sob essas duas representações: por exemplo, no caso de etapas cronológicas, a função $\mathbb{L}$ deve incorporar uma restrição de não-negatividade para o volume armazenado em cada subdivisão h , enquanto no caso de blocos de demanda agregados e não-cronológicos, apenas uma restrição de não-negatividade para o volume ao final de todo o período seria suficiente. De qualquer forma, o princípio-chave em ambas as representações permanece o mesmo: existe um balanço de energia (e, conseqüentemente, um preço marginal) para cada subdivisão temporal h , mas as variáveis de estado para efeito de representação da função de custo futuro consideram a escala de tempo mais longa t .

$$z_t(\{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H}) = \min \sum_{h \in \mathcal{H}(t)} \sum_{\substack{j \in \mathcal{J} \\ m \in \mathcal{M}(j)}} P_{mjh} e_{mjh} + \left(\frac{1}{1 + \rho} \right) z_{t+1}(\{v_{jt}\}_{j \in \mathcal{J}^H}) \quad (6a)$$

$$s. t. \quad \sum_{\substack{j \in \mathcal{J}(s) \\ m \in \mathcal{M}(j)}} e_{mjh} + \sum_{s \in \mathcal{S}} (f_{ssh} - f_{ss'h}) = D_{sh} \quad \forall s \in \mathcal{S}, h \in \mathcal{H}(t) \quad (6b)$$

$$0 \leq x_{mjh} \leq 1 \quad \forall j \in \mathcal{J}, m \in \mathcal{M}(j), h \in \mathcal{H}(t) \quad (6c)$$

$$e_{mjh} = E_{mjh} x_{mjh} \quad \forall j \in \mathcal{J}, m \in \mathcal{M}(j), h \in \mathcal{H}(t) \quad (6d)$$

$$\mathbb{L}(\{e_{mjh}\}_{mjh}, \{f_{ssh}\}_{ssh}, \{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H}) \leq 0 \quad (6e)$$

$$v_{jt} = \mathbb{V}_j(\{e_{mjh}\}_{mjh}, \{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H}) \quad \forall j \in \mathcal{J}^H \quad (6f)$$

2.2.7 Introduzindo estocasticidade no problema multiperíodo

A motivação para a representação dos cenários estocásticos é intuitiva: problemas realistas de despacho tipicamente envolvem incertezas sobre o futuro. Há duas formas principais de se representar a estocasticidade neste problema: a formulação direta (por modelos autorregressivos) e a formulação por meio de cadeias de Markov, representadas no problema (7) e no problema (8), respectivamente. Na prática, a principal distinção entre essas duas formulações será relevante para as estratégias de solução (que serão exploradas na seção 2.5).

Na implementação direta, a estocasticidade é representada pela variável a_t , um dado de entrada adicional para a função de custo futuro e que pode representar uma variável multidimensional (isto é, um vetor de variáveis). Por exemplo, a_t pode incorporar informação sobre incerteza nas afluições, nos recursos de geração renovável, na demanda, e outros elementos (potencialmente individualizados por região ou por usina, e potencialmente considerando correlações entre estas variáveis)⁴. Esta variável a_t tem influência sobre as equações de balanço $\mathbb{V}_j$ e sobre as restrições físicas de operação do sistema $\mathbb{L}$, de modo que ela entra como um parâmetro adicional dessas duas funções – como representado em (7e) e (7f).

A evolução deste dado de entrada a_t no tempo é estocástica, e é dada por um ruído aleatório ξ (representando um conjunto de choques independentes e identicamente distribuídos com alguma distribuição conhecida). Mais precisamente, a regra de evolução no tempo das variáveis aleatórias ocorre segundo uma função $\mathbb{A}$, que pode depender do estado inicial a_t (equação (7g)): por exemplo, no modelo periódico autorregressivo para construção de cenários de afluição, esta dependência histórica é de alta relevância. Visto que os choques estocásticos ξ do período $t + 1$ não são conhecidos no período t (embora a condição inicial a_t seja), a função objetivo deve envolver tomar o valor esperado sobre todas as realizações possíveis ξ , ponderadas de acordo com a sua distribuição de probabilidades pré-definida. Isto é representado em (7) por meio do operador $\mathbb{E}_\xi$.

$$\begin{aligned} z_t(\{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H}, a_t) = \\ \min \sum_{h \in \mathcal{H}(t)} \sum_{\substack{j \in \mathcal{J} \\ m \in \mathcal{M}(j)}} P_{mjh} e_{mjh} + \left(\frac{1}{1 + \rho}\right) \mathbb{E}_\xi \left[z_{t+1}(\{v_{jt}\}_{j \in \mathcal{J}^H}, a_{t+1}) \right] \end{aligned} \quad (7a)$$

⁴ Por simplicidade, manteremos uma representação determinística da demanda (isto é, a demanda no submercado s e subdivisão temporal h será dada por D_{sh} , que não depende de a_t). Entretanto, a adoção de uma demanda estocástica seria possível através da mera substituição de D_{sh} por uma função $\mathbb{D}_{sh}(a_t)$.

$$s. t. \sum_{\substack{j \in \mathcal{J}(s) \\ m \in \mathcal{M}(j)}} e_{mjh} + \sum_{\hat{s} \in \mathcal{S}} (f_{\hat{s}sh} - f_{s\hat{s}h}) = D_{sh} \quad \forall s \in \mathcal{S}, h \in \mathcal{H}(t) \quad (7b)$$

$$0 \leq x_{mjh} \leq 1 \quad \forall j \in \mathcal{J}, m \in \mathcal{M}(j), h \in \mathcal{H}(t) \quad (7c)$$

$$e_{mjh} = E_{mjh} x_{mjh} \quad \forall j \in \mathcal{J}, m \in \mathcal{M}(j), h \in \mathcal{H}(t) \quad (7d)$$

$$\mathbb{L}(\{e_{mjh}\}_{mjh}, \{f_{s\hat{s}h}\}_{s\hat{s}h}, \{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H}, \{v_{jt}\}_{j \in \mathcal{J}^H}, a_t) \leq 0 \quad (7e)$$

$$v_{jt} = \mathbb{V}_j(\{e_{mjh}\}_{mjh}, \{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H}, a_t) \quad \forall j \in \mathcal{J}^H \quad (7f)$$

$$a_{t+1} = \mathbb{A}(a_t, \xi) \quad (7g)$$

Uma formulação alternativa da estocasticidade envolve a introdução de *clusters* discretos, denominados $c \in \mathcal{C}$. Intuitivamente, pode-se considerar que a incerteza é dividida em dois níveis hierárquicos: primeiramente determina-se o cluster c (que pode indicar, por exemplo, que o sistema se encontra em um ano seco), e posteriormente determinam-se os valores das realizações estocásticas a considerando o paradigma de um cluster seco. Mesmo com a representação dos clusters, os ruídos estocásticos ξ ainda têm relevância, já que podem indicar se as afluições (ou outras variáveis estocásticas) foram relativamente altas ou relativamente baixas para um ano seco. Isto é representado por uma função de evolução $\mathbb{A}$ que depende do cluster em que o sistema se encontra – como ilustrado na formulação da função objetivo em (8a).

Esta versão da representação do problema representada em (8) é comumente denominada de uma representação da estocasticidade por cadeias de Markov, já que a representação da evolução dos clusters assume esta característica – havendo uma matriz de transição $M_{c^0 c}$ que contém a informação da probabilidade condicional de que o sistema se encontre no cluster c no período $t + 1$ dado que ele se encontra no cluster c^0 no período t . Esta matriz de transição aparece também na formulação da função objetivo (8a). É interessante destacar, entretanto, que todas as *restrições* do problema (8) permanecem inalteradas em relação ao problema (7): isto porque os clusters representam uma abstração que, embora crucial para determinar a evolução no tempo das variáveis estocásticas, não são diretamente observáveis, de modo que toda a construção do problema físico utiliza unicamente as variáveis estocásticas efetivamente observáveis a_t .

$$\begin{aligned} & \mathbb{Z}_t(\{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H}, a_t, c^0) = \\ & \min \sum_{h \in \mathcal{H}(t)} \sum_{\substack{j \in \mathcal{J} \\ m \in \mathcal{M}(j)}} P_{mjh} e_{mjh} + \left(\frac{1}{1 + \rho} \right) \sum_{c \in \mathcal{C}} M_{c^0 c} \mathbb{E}_{\xi} \left[\mathbb{Z}_{t+1}(\{v_{jt}\}_{j \in \mathcal{J}^H}, a_{t+1}, c) \right] \end{aligned} \quad (8a)$$

$$s. t. \sum_{\substack{j \in \mathcal{J}(s) \\ m \in \mathcal{M}(j)}} e_{mjh} + \sum_{\hat{s} \in \mathcal{S}} (f_{\hat{s}sh} - f_{s\hat{s}h}) = D_{sh} \quad \forall s \in \mathcal{S}, h \in \mathcal{H}(t) \quad (8b)$$

$$0 \leq x_{mjh} \leq 1 \quad \forall j \in \mathcal{J}, m \in \mathcal{M}(j), h \in \mathcal{H}(t) \quad (8c)$$

$$e_{mjh} = E_{mjh} x_{mjh} \quad \forall j \in \mathcal{J}, m \in \mathcal{M}(j), h \in \mathcal{H}(t) \quad (8d)$$

$$\mathbb{L}(\{e_{mjh}\}_{mjh}, \{f_{s\hat{s}h}\}_{s\hat{s}h}, \{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H}, \{v_{jt}\}_{j \in \mathcal{J}^H}, a_t) \leq 0 \quad (8e)$$

$$v_{jt} = \mathbb{V}_j \left(\{e_{mjh}\}_{mjh}, \{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H}, a_t \right) \quad \forall j \in \mathcal{J}^H \quad (8f)$$

$$a_{t+1} = \mathbb{A}(a_t, \xi, c) \quad (8g)$$

Discutiremos brevemente as vantagens e desvantagens de representar a estocasticidade por meio de cadeias de Markov – ao invés da representação aparentemente mais simples da formulação (7) – na seção 2.5.3.

2.3 O problema dos agentes

2.3.1 Introdução

Em geral, a modelagem de mercados de energia com formação de preços por ofertas assume que a operação do sistema será resultado de um equilíbrio de Nash (ou algum outro conceito de equilíbrio) entre as ofertas dos agentes. Dizemos que as *estratégias* dos agentes formam um equilíbrio de Nash quando cada agente adota a estratégia que maximiza seu lucro individual, dadas as estratégias dos outros agentes. Dito de outro modo, em um equilíbrio de Nash, um agente não poderia unilateralmente modificar sua oferta de modo a obter um lucro maior (considerando as estratégias dos demais agentes como fixas). Uma definição mais formal será dada na seção 2.4. Antes disso, porém, é preciso entender especificamente o problema de maximização de lucro individual de cada agente (que chamaremos sucintamente de “problema dos agentes”), que será objeto da seção 2.3.2.

O que exatamente constitui a “estratégia” do agente depende da formulação matemática adotada para o problema. Em alguns modelos, cada agente pode escolher somente a quantidade de energia ofertada, em outros, somente o preço. Por fim, há modelos mais complexos, em que cada agente pode escolher uma curva preço-quantidade, que indica quanto o agente está disposto a ofertar de energia, para cada preço. A seção 2.3.2 introduz o problema de maximização de lucro do agente em um contexto estático (um único período), em que ele pode escolher somente as quantidades ofertadas. A seção 2.3.3 introduz o mesmo problema em um contexto multiperíodo (dinâmico). A seção 2.3.4 por fim introduz a maximização de lucro do agente quando este pode escolher uma curva preço-quantidade.

2.3.2 Maximização de lucros intratemporal com ofertas de quantidade

Nesta primeira representação da formulação da maximização de lucros, admitiremos que o agente simplesmente escolhe as quantidades que ele deseja produzir e_j . Embora na prática esta escolha direta de quantidades não seja realista (visto que caberia ao operador coordenar as ofertas dos diferentes agentes), trata-se de uma referência útil para a análise do problema de maximização de lucros do agente. Na seção 2.3.4, exploraremos uma formulação mais compatível com a representação em que o agente escolhe preços e quantidades.

Escrevemos o problema de maximização de lucros do agente b conforme apresentado em (9), inspirados na representação do problema intratemporal (determinístico) apresentada na seção 2.2.4. Nota-se que é necessário introduzir o índice $b \in \mathcal{B}$ que indexa os agentes ofertantes, e que a maximização de lucros é sempre feita do ponto de vista de um único agente de cada vez. Nota-se ainda que, embora o problema de otimização do agente b seja comumente referido como uma maximização de lucros (receita menos custos), de modo a traçar um paralelo mais imediato com os problemas do operador apresentados na seção 2.2.3 o representamos como um problema de minimização com o sinal invertido (custos menos

receita). É fácil verificar que esta formulação é matematicamente equivalente ao problema de maximização.

Nesta nova notação, também foi necessário subdividir o conjunto de ativos $\mathcal{J}$ de acordo com os seus proprietários: denominaremos $\mathcal{J}(s, b)$ o conjunto de ativos do proprietário b na região s , e $\mathcal{J}(b) = \bigcup_{s \in \mathcal{S}} \mathcal{J}(s, b)$ o conjunto de todos os ativos de determinado proprietário b , independentemente da região. Também as funções representativas de restrições físicas foram indexadas em função do agente b que é afetado, sendo denominadas $\mathbb{L}_b$ (por exemplo, um limite de escoamento de energia que se aplica a duas usinas do mesmo dono). Nesta notação, tanto o conjunto de ativos $\mathcal{J}(s, b)$ quanto as restrições físicas $\mathbb{L}_b$ são disjuntos entre os agentes (isto é, dois agentes não podem compartilhar um mesmo ativo por hipótese), mas pode haver ativos e/ou restrições que não são alocadas a nenhum agente – e que, portanto, só serão contempladas no problema do operador para fechamento do mercado. Tais restrições físicas não associadas a nenhum agente ainda seriam incorporadas na representação do problema de fechamento de mercado, como representado na seção 2.2.4.

Além disso, para a formulação da função objetivo (9a) introduzimos a função $\mathbb{P}_{sb}$, que descreve o preço de equilíbrio na região s em função da quantidade vendida pelo agente b nesta região. Nota-se que $\mathbb{P}_{sb}$ deve ser construída também a partir das ofertas dos outros agentes $\hat{b} \neq b$: entretanto, para fins da formulação do problema (9), admite-se que estas ofertas dos outros agentes já estão definidas de forma exógena. Como introduzido na seção 2.2.2, estes preços usualmente correspondem à variável dual associada à restrição de balanço oferta-demanda no problema de fechamento de mercado, de modo que a função $\mathbb{P}_{sb}$ deve indicar como esta variável dual se altera em função da quantidade ofertada pelo agente (tipicamente, quanto menor a quantidade ofertada, mais altos os preços). O caso particular em que o agente não possui qualquer poder de mercado também pode ser representado sob esta formulação, bastando para isto considerar que $\mathbb{P}_{sb}$ é uma função constante (isto é, o preço de equilíbrio é sempre dado por fatores externos e independentemente da quantidade ofertada pelo agente). No caso mais geral, a função $\mathbb{P}_{sb}$ pode variar com a quantidade ofertada, refletindo que o agente tem alguma capacidade de influenciar preços.

Vale destacar ainda que o problema (9) não inclui uma restrição de balanço oferta-demanda: a ideia é que, do ponto de vista do agente individual, ele sempre pode exportar o seu excesso de geração para o restante do sistema ou importar o seu excesso de demanda do sistema. Toda “comunicação” entre o restante do sistema e o agente é feita por intermédio dos sinais de preço $\mathbb{P}_{sb}$.

$$z_b = \min - \sum_{\substack{j \in \mathcal{J}(s, b) \\ s \in \mathcal{S}}} e_j \cdot \mathbb{P}_{sb} \left(\left\{ \sum_{j \in \mathcal{J}(s, b)} e_j \right\}_s \right) + \sum_{\substack{j \in \mathcal{J}(s, b) \\ s \in \mathcal{S}}} \mathbb{C}_j(e_j) \quad (9a)$$

$$0 \leq x_j \leq 1 \quad \forall j \in \mathcal{J}(b) \quad (9b)$$

$$e_j = \tilde{E}_j x_j \quad \forall j \in \mathcal{J}(b) \quad (9c)$$

$$\mathbb{L}_b \left(\{e_j\}_{j \in \mathcal{J}(b)} \right) \leq 0 \quad (9d)$$

2.3.3 Maximização de lucro multiperíodo com ofertas de quantidade

Na seção 2.2.5, foi introduzida uma estratégia para a formulação de um problema de minimização de custo multiestágio por meio de funções valor e variáveis de estado. Nota-se que este paradigma é

bastante geral, de modo que ele pode ser aplicado não apenas ao caso do operador (em que z é interpretada como uma “função de custo futuro”), mas também no caso da maximização de lucro de um agente individual (em que z_b é interpretada como uma “função de *lucro* futuro” para o agente b). Com base neste paradigma, foi construído o problema de otimização (10), análogo ao problema (6) da seção 2.2.6.

O paradigma por trás do problema de otimização (10) é que o agente b individualmente possui um conjunto de ativos, que denominamos $\mathcal{J}^H(b)$, para os quais é relevante calcular variáveis de estado. O exemplo clássico de ativos deste tipo são as hidrelétricas com reservatório sob o controle exclusivo do agente b : é de se esperar que um agente maximizador de lucro escolha operar o seu reservatório da forma que maximiza as suas receitas, levando a um enchimento do reservatório em períodos em que a energia é barata e um esvaziamento do reservatório em períodos em que a energia é cara. No desenho de mecanismo proposto para o setor elétrico brasileiro (conforme explorado no Entregável 3 de Desenho Conceitual e Entregável 6 de Desenho Detalhado), as variáveis de estado sob a responsabilidade de cada agente não correspondem a hidrelétricas com reservatório físico, mas sim aos *reservatórios virtuais*. Entretanto, não há nenhum detrimento da interpretação de que o agente maximizador de lucro tem total controle sobre a operação do seu reservatório virtual para a maximização de lucro: sempre que o agente escolher vender créditos de reservatório virtual os seus estoques reduzirão, e caso contrário seus estoques permanecerão altos.

Nota-se que o problema do agente maximizador de lucro (10) tende a ser “menor” do que o problema do operador central (6), visto que representa apenas um subconjunto das usinas (e, portanto, possui menos variáveis de decisão e variáveis de estado). Apesar disso, este problema também precisará cobrir a representação de todos os períodos do horizonte de análise, bem como representações de variáveis estocásticas, ainda que estes elementos não tenham sido inseridos na representação do problema (10) – uma formulação incluindo variáveis estocásticas será apresentada na seção 2.5.4, quando discutirmos estratégias de solução para o problema.

$$z_{b,t} \left(\{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H(b)} \right) =$$

$$\min - \sum_{\substack{s \in \mathcal{S} \\ j \in \mathcal{J}(b,s) \\ h \in \mathcal{H}(t)}} e_{jh} \cdot \mathbb{P}_{sbh} \left(\left\{ \sum_{j \in \mathcal{J}(s,b)} e_{jh} \right\}_{sh} \right) + \sum_{\substack{j \in \mathcal{J}(b) \\ h \in \mathcal{H}(t)}} \mathbb{C}_j(e_{jh}) + \left(\frac{1}{1 + \rho} \right) z_{b,t+1} \left(\{v_{jt}\}_{j \in \mathcal{J}^H(b)} \right) \quad (10a)$$

$$0 \leq x_{jh} \leq 1 \quad \forall j \in \mathcal{J}(b), h \in \mathcal{H}(t) \quad (10b)$$

$$e_{jh} = \tilde{E}_j x_{jh} \quad \forall j \in \mathcal{J}(b), h \in \mathcal{H}(t) \quad (10c)$$

$$\mathbb{L}_b \left(\{e_{jh}\}_{j \in \mathcal{J}(b), h \in \mathcal{H}(t)}, \{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H(b)} \right) \leq 0 \quad (10d)$$

$$v_{jt} = \mathbb{V}_j \left(\{e_{jh}\}_{jh}, \{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H(b)} \right) \quad \forall j \in \mathcal{J}^H(b) \quad (10e)$$

2.3.4 Estratégias de oferta de preço e quantidade

Dentro da literatura econômica, costuma-se discutir dois tipos de competição entre agentes: a competição *a la Bertrand* (competição em preços) e a competição *a la Cournot* (competição em quantidades) (Bertrand, 1883; Cournot, 1838). No contexto de um mercado elétrico com formação de

preços por oferta dos agentes, a competição *a la Cournot* significa que cada agente realiza ofertas somente de quantidades e o preço final da energia é definido pelo equilíbrio entre oferta e demanda. A competição *a la Cournot* corresponde ao problema apresentado nas seções anteriores (2.3.2 e 2.3.3), em que as variáveis de decisão de cada agente são as quantidades e_{jh} , para cada ativo $j \in \mathcal{J}(b)$ e hora h .

No entanto, em mercados elétricos com formação de preços por ofertas, os agentes geralmente realizam ofertas preço-quantidade. Isto é, podem informar ao operador tanto a quantidade de energia que estão colocando à disposição, como os preços a que vendem essa energia – cabe ao operador aceitar essas quantidades e preços ou não, de acordo com o problema de fechamento de mercado introduzido na seção 2.2.2.

Uma forma compacta de se representar o problema de otimização que deve ser solucionado pelo agente que submete ofertas preço-quantidade é apresentada na equação (11). Cada agente b deve escolher preços (P_{bsmh}) e quantidades (E_{bsmh}) – as variáveis de decisão do problema – para cada submercado s , subdivisão temporal $h \in \mathcal{H}(t)$ e segmento $m \in \mathcal{M}(j)$, de modo a minimizar a função objetivo indicada. Tal função objetivo é a diferença entre o custo do agente ($\hat{\mathbb{C}}$) e sua receita ($\hat{\mathbb{R}}$) – ou seja, o seu lucro com sinal trocado (trocando assim o problema de maximização por um problema de minimização). Tanto $\hat{\mathbb{R}}$ como $\hat{\mathbb{C}}$ são funções das ofertas de todos os agentes. Isto é, para um certo conjunto de ofertas $\{P_{bsmh}, E_{bsmh}\}_{bsmh}$ dos agentes e certa realização ξ , o operador resolverá o problema de fechamento do mercado apresentado em 2.2, cuja solução indicará o preço de equilíbrio para a energia e a quantidade a ser despachada por cada agente (em outras palavras, o operador informará o quanto aceitará de energia proveniente de cada segmento ofertado). A receita $\hat{\mathbb{R}}$ do agente b será o produto entre este preço de equilíbrio e a quantidade de energia aceita pelo operador (o seu despacho), enquanto o custo será determinado também pelas quantidades aceitas pelo operador, segundo a função $\mathbb{C}$ introduzida na seção 2.2.3. Portanto, pode-se definir as funções $\hat{\mathbb{R}}$ e $\hat{\mathbb{C}}$ que mapeiam cada conjunto de ofertas $\{P_{bsmh}, E_{bsmh}\}_{bsmh}$ e realização ξ nas receitas e custos totais dos agentes, respectivamente.

$$\begin{aligned} z_{b,t} = \min_{\xi} \mathbb{E}_{\xi} \left[-\hat{\mathbb{R}}_b(\{P_{bsmh}, E_{bsmh}\}_{bsmh}, \xi) + \hat{\mathbb{C}}_b(\{P_{bsmh}, E_{bsmh}\}_{bsmh}, \xi) \right. \\ \left. + \left(\frac{1}{1 + \rho} \right) z_{b,t+1} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

Cabe uma observação acerca do papel da estocasticidade nesse modelo. Em um caso determinístico (em que não houvesse a variável aleatória ξ), em geral, cada agente b possui mais de um conjunto de ofertas $\{P_{bsmh}, E_{bsmh}\}_{bsmh}$ que resolve seu problema de maximização de lucro (Klemperer & Meyer, 1989). A explicação técnica é que existe mais de uma oferta preço-quantidade que um agente pode escolher que levarão ao mesmo despacho final e preços. Por exemplo, se o agente marginal oferta 20 MWh de energia a um preço de 10 \$/MWh, e isso resulta em um despacho de 10 MWh (isso é, o operador aceita somente 10 dos 20 MWh ofertados), o resultado do despacho seria o mesmo se fossem ofertados, por exemplo, somente 10 MWh (dado que os 10 MWh restantes seriam recusados de qualquer jeito, pois não são necessários para atender a demanda do sistema). Isso não ocorre se houver alguma estocasticidade no problema: nesse caso, pode haver cenários em que a oferta de 20 MWh seja aceita somente pela metade e seja, portanto, equivalente à de 10 MWh, mas também haverá cenários em que a oferta de 20 MWh seja inteiramente aceita, conduzindo a um resultado distinto da oferta de 10 MWh.

Dito de outra forma, se não há incerteza, cada agente sabe exatamente quais serão as quantidades e preços de equilíbrio como consequência de suas ofertas e, em geral, haverá mais de uma forma de obter o lucro ótimo – inclusive, com ofertas somente de preço (*a la Bertrand*) ou somente de quantidade (*a la Cournot*). Este é um dos motivos pelos quais, em muitos casos, é suficiente estudar modelos com ofertas de quantidade, tais como os apresentados nas seções 2.3.2 e 2.3.3. Entretanto, quando existe uma componente de incerteza que é realizada *depois* que os agentes submetem as ofertas, mas *antes* da liquidação de mercado e definição dos lucros dos agentes, definir uma oferta preço-quantidade torna-se mais relevante, e reduz significativamente o número de equilíbrios de Nash do problema (Klemperer & Meyer, 1989) (ver próxima seção 2.4 para uma definição formal dos equilíbrios de Nash).

2.4 Equilíbrio de Nash

Saber resolver o problema de otimização do lucro de um agente em particular – problema (11) – não é suficiente para determinar quais serão as estratégias adotadas por aquele agente. O motivo é que as receitas e custos do agente b no problema (11) dependem também das estratégias adotadas pelos outros agentes do sistema. Por exemplo, a receita do agente b ao ofertar 1 MW será muito diferente em uma situação de alta oferta, em que todos os outros geradores estiverem ofertando a totalidade de suas capacidades, em relação a uma situação de baixa oferta, com muitos geradores ofertando pouca energia. Nesta última situação, o operador, ao realizar o problema de fechamento de mercado, terá de escolher plantas mais caras, aumentando o preço que o agente b receberá pelo 1 MW ofertado.

Do mesmo modo, a otimização do lucro dos outros agentes também depende da oferta que faça o agente b . Isso significa que, para obter uma solução, é necessário adotar alguma hipótese acerca de como os diversos agentes irão interagir entre si. A hipótese mais usual é que essa iteração resultará em um equilíbrio de Nash.

Um equilíbrio de Nash é formalmente definido como uma situação em que cada agente faz o melhor que pode, dadas as decisões dos outros agentes. É natural assumir que a iteração de múltiplos agentes resulte em um equilíbrio de Nash, já que, caso contrário, algum agente poderia ter adotado uma estratégia distinta que lhe trouxesse maiores ganhos financeiros.

No contexto do mercado elétrico com formação de preços por ofertas (considerando um modelo determinístico com oferta somente de quantidade, como apresentado na seção 2.3.3), um equilíbrio de Nash é dado por um vetor de preços $\{\bar{\pi}_{sh}\}_{sh}$ e por um conjunto de gerações $\{\bar{e}_{jh}\}_{jh}$ para toda hora (ou outra subdivisão temporal) h , todo submercado s , e para toda usina j que possua um proprietário bem definido. Tais parâmetros devem satisfazer a duas condições: primeiro, cada agente deve estar maximizando seu lucro individual; segundo, eles devem ser viáveis, no sentido de ser uma solução do problema de fechamento de mercado do operador. Formalmente:

- Quando no problema (10) para determinado agente b é representado um preço $\mathbb{P}_{sbh} = \bar{\pi}_{sh}$, então existe uma solução ótima para este problema de otimização que envolve $e_{jh} = \bar{e}_{jh}$ para todo $j \in \mathcal{J}(b)$. Isto vale para qualquer agente b . Em outras palavras, se todo agente b escolhe uma quantidade $\bar{e}_{jh}$, e os preços são $\bar{\pi}_{sh}$, então nenhum deles possui incentivo a desviar dessa estratégia, dado que todos estão maximizando seus lucros individuais.
- Existe uma solução viável para o problema da operação física do sistema (6), na qual as variáveis de geração satisfazem $\sum_{m \in \mathcal{M}(j)} e_{jmh} = \bar{e}_{jh}$ e o preço da energia (variáveis duais das equações

de balanço entre oferta e demanda em cada submercado) em cada submercado s e subdivisão temporal h é $\bar{\pi}_{sh}$. Isto significa que o operador pode selecionar usinas não alocadas a nenhum agente, fluxos em linhas de transmissão, e armazenamentos nos reservatórios de modo a resultar em uma operação realista do sistema (respeitando todas as restrições físicas).

É simples estender esta definição de equilíbrio de Nash para o caso em que agentes submetem ofertas de preço e quantidade, tal como descrito na seção 2.3.4. Neste caso, um equilíbrio de Nash será um vetor de ofertas preço-quantidade $\{P_{bsmh}, E_{bsmh}\}_{bsmh}$ e de preços $\{\bar{\pi}_{sh}\}_{sh}$ satisfazendo as mesmas condições: serem uma solução ótima para o problema de otimização do lucro de cada agente, apresentado em 2.3.4, e também para o problema de fechamento de mercado do operador, apresentado em (6).

É possível ainda estender a definição de equilíbrio de Nash para o cenário estocástico, embora leve a uma notação mais complexa: no lugar de um único preço $\bar{\pi}_{sh}$ para cada região e intervalo temporal, devemos ter uma função que determina um preço em função das variáveis estocásticas da representação do problema, que incluem incerteza sobre as afluências, nos recursos de geração renovável, na demanda ou em outros elementos por usina e região, como mencionado na seção 2.2.7: $\bar{\pi}_{sh}(\xi, c)$. Analogamente, $\bar{e}_{jh}$ (ou, no caso de ofertas preço-quantidade, P_{bsmh} e E_{bsmh}) deve também ser função desta variável de estado estocástica, e as condições de igualdade para o equilíbrio de Nash devem ser verificadas para qualquer condição inicial a .

A princípio, é possível que existam múltiplos equilíbrios de Nash para um mesmo jogo, ou mesmo nenhum equilíbrio de Nash. Nestes casos, é possível adotar algum critério de seleção de equilíbrios (para selecionar um dentre múltiplos equilíbrios) ou alguma extensão do conceito de equilíbrio de Nash (se não houver nenhum equilíbrio de Nash), tais como o de equilíbrio em estratégias mistas⁵, ou equilíbrio de Nash correlacionado (Hart & Mas-Colell, 2000). Esses critérios de seleção e extensões também podem servir a outros propósitos, como facilitar a computação da solução; entretanto, não fazem parte do escopo do presente projeto de P&D.

2.5 Fundamentos para uma estratégia de solução

2.5.1 Representação na prática do valor esperado e função de custo futuro

Em geral, a solução de problemas de otimização estocásticos, como o problema (7) da seção 2.2.7, envolve utilizar uma amostragem das variáveis aleatórias do problema – o que por vezes é denominado de simulação de Monte Carlo. Pela lei dos grandes números, o valor esperado de uma variável aleatória pode ser aproximado pela média de um número suficientemente grande de amostras da mesma, o que nos permite obter uma solução do problema substituindo “valores esperados” por “médias amostrais”.

Dito de outro modo, ao invés de resolver o problema multiperíodo com estocasticidade (7) diretamente, são selecionados (para cada período t) aleatoriamente alguns valores (que também podem ser chamados de amostras ou cenários) para o ruído aleatório ξ – essa seleção deve seguir a distribuição de probabilidade previamente definida para ξ (por exemplo, uma distribuição normal com dado desvio padrão e média) e cada amostra deve ser independente uma da outra. Indexaremos cada uma dessas

⁵ Equilíbrios de Nash em estratégias mistas dizem respeito à possibilidade de que os agentes escolham adotar estratégias aleatórias (isto é, que não sejam totalmente determinadas pela variável de estado estocástica (ξ, c) : o agente pode, sob exatamente as mesmas condições, adotar estratégias de oferta diferentes). É possível provar que, sob circunstâncias bastante gerais, sempre haverá equilíbrio de Nash em estratégias mistas para um jogo (Nash, 1950).

amostras pelo subíndice $q \in \mathcal{Q}$ – portanto, o número de amostras é $|\mathcal{Q}|^6$. Pela equação (7a), essas $|\mathcal{Q}|$ amostras de ξ permitem calcular $|\mathcal{Q}|$ valores para a variável estocástica a no período seguinte, além de $|\mathcal{Q}|$ valores para z_{t+1} . Tomando a média dessas $|\mathcal{Q}|$ amostras de z_{t+1} , temos uma estimativa para o valor esperado do custo futuro – quanto maior $|\mathcal{Q}|$, melhor será essa estimativa, pela lei dos grandes números.

Esse raciocínio dá origem à formulação (12) abaixo – que é a que seria efetivamente resolvida por métodos computacionais. Com relação ao problema (7), as principais diferenças são: (i) o valor esperado na função objetivo foi substituído pela média aritmética de $|\mathcal{Q}|$ amostras de z_{t+1} (essas $|\mathcal{Q}|$ amostras são denominadas $z_{t+1,q}$); (ii) em (12g), calculamos $|\mathcal{Q}|$ valores para a_{t+1} (denominados $a_{t+1,q}$), uma para cada uma das $|\mathcal{Q}|$ amostras de ξ ; (iii) em (12h), calculamos as $|\mathcal{Q}|$ amostras $z_{t+1,q}$ em função de v_{jt} – que por sua vez é calculado em (12f) – e $a_{t+1,q}$ – calculado em (12g), como explicado em (ii).

$$z_t \left(\{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H}, a_t \right) = \min \sum_{h \in \mathcal{H}(t)} \sum_{\substack{j \in \mathcal{J} \\ m \in \mathcal{M}(j)}} P_{mjh} e_{mjh} + \left(\frac{1}{1 + \rho} \right) \frac{1}{|\mathcal{Q}|} \sum_{q \in \mathcal{Q}} z_{t+1,q} \quad (12a)$$

$$s.t. \quad \sum_{\substack{j \in \mathcal{J} \\ m \in \mathcal{M}(j,s)}} e_{mjh} + \sum_{s \in \mathcal{S}} (f_{ssh} - f_{ssh}) = D_{sh} \quad \forall s \in \mathcal{S}, h \in \mathcal{H}(t) \quad (12b)$$

$$0 \leq x_{mjh} \leq 1 \quad \forall j \in \mathcal{J}, m \in \mathcal{M}(j), h \in \mathcal{H}(t) \quad (12c)$$

$$e_{mjh} = E_{mjh} x_{mjh} \quad \forall j \in \mathcal{J}, m \in \mathcal{M}(j), h \in \mathcal{H}(t) \quad (12d)$$

$$\mathbb{L} \left(\{e_{mjh}\}_{mjh}, \{f_{ssh}\}_{ssh}, \{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H}, \{v_{jt}\}_{j \in \mathcal{J}^H}, a_t \right) \leq 0 \quad (12e)$$

$$v_{jt} = \mathbb{V}_j \left(\{e_{mjh}\}_{mjh}, \{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H}, a_t \right) \quad \forall j \in \mathcal{J}^H \quad (12f)$$

$$a_{t+1,q} = \mathbb{A}(a_t, \xi_q) \quad \forall q \in \mathcal{Q} \quad (12g)$$

$$z_{t+1,q} \geq \phi_{n,t+1}^0 + \phi_{n,t+1}^A \cdot a_{t+1,q} + \sum_{j \in \mathcal{J}^H} \phi_{n,t+1,j}^V \cdot v_{jt} \quad \forall n \in \mathcal{N}, q \in \mathcal{Q} \quad (12h)$$

Vale observar que a expressão (12h) é uma aproximação da função $z_{t+1} \left(\{v_{jt}\}_{j \in \mathcal{J}^H}, a_{t+1} \right)$ usada em (7a) como uma função convexa e linear por partes. O motivo de adotarmos essa aproximação é o fato de que muitos dos métodos de solução de problemas de otimização dependem de que as restrições e a função objetivo sejam lineares nas variáveis de decisão. Mais precisamente, a equação exige que $z_{t+1,q}$ seja maior ou igual a n funções lineares (também chamadas de *hiperplanos*) em v_{jt} e $a_{t+1,q}$. Os coeficientes dessas funções lineares são $\phi_{n,t+1}^0$, $\phi_{n,t+1}^A$ e $\phi_{n,t+1,j}^V$ (havendo um coeficiente ϕ^V para cada $j \in \mathcal{J}^H$) – por enquanto, assumiremos que esses coeficientes são conhecidos, mas discutiremos na seção 2.5.2 um método para obtê-los. Desde que a função $z_{t+1} \left(\{v_{jt}\}_{j \in \mathcal{J}^H}, a_{t+1} \right)$ seja convexa (o que é

⁶ A notação $|X|$ é usada para definir a cardinalidade (ou seja, o número de elementos) de um conjunto X .

comum na prática), ela pode ser aproximada desse modo. Quanto mais hiperplanos $n \in \mathcal{N}$ forem considerados, melhor será essa aproximação.

2.5.2 Programação dinâmica dual estocástica

A Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE – ou SDDP, com a sigla em inglês) é um método de resolução de problemas de otimização estocásticos multiperíodo. O método foi originalmente proposto para resolver o problema do despacho centralizado de sistemas elétricos hidrotérmicos (M. E. P. Maceira et al., 2008; M. V. F. Pereira & Pinto, 1991), mas pode ser aplicado em qualquer problema estocástico multiperíodo.

Para entender o funcionamento da PDDE, examinemos o problema (12). Para resolver o problema no período t , é necessário conhecer a função de custo futuro (mais especificamente, os valores de $\phi_{n,t+1}^0$, $\phi_{n,t+1}^A$ e $\phi_{n,t+1,j}^V$), mas ela não é conhecida *a priori*. Mas existe um período específico para o qual a função de custo futuro é conhecida: o último. No último período, não há função de custo futuro a ser considerada, já que o horizonte do modelo é finito. Dito de outra forma, suponha que o último período do modelo⁷ seja T , então $z_{T+1,q} = 0$, para qualquer valor de q (a restrição (12h) não existe no período T).

Portanto, a forma mais trivial de resolver o modelo acaba sendo olhar primeiro para o último período (T), que acaba sendo mais “simples” de resolver pela inexistência da função de custo futuro. O valor do volume inicial do ativo j no período T (v_{jT}^0) ainda não é conhecido (pois é resultado das decisões ótimas nos períodos anteriores), mas isso pode ser resolvido tomando vários possíveis valores de v_{jT}^0 e resolvendo o problema de otimização (12) para cada um desses valores. Com m amostras para v_{jT}^0 , encontram-se m valores para a função objetivo no período T (z_T), e esses valores podem ser interpolados para encontrar z_T como função (aproximada) de v_{jT}^0 . Se essa interpolação for feita linearmente, encontramos os valores de $\phi_{n,T}^0$, $\phi_{n,T}^A$ e $\phi_{n,T,j}^V$. Com esses valores, podemos ir para o problema em $T - 1$ (pois conhecemos os valores a serem considerados na equação (12h)) e resolvê-lo do mesmo modo: considerar m discretizações de $v_{j,T-1}^0$, resolver a otimização para cada uma delas, e interpolar para encontrar uma função linear por partes que aproxime z_{T-1} como função de $v_{j(T-1)}^0$. Encontramos $\phi_{n,T-1}^0$, $\phi_{n,T-1}^A$ e $\phi_{n,T-1,j}^V$ e partimos para o problema em $T - 2$.

Seguindo esse processo, eventualmente chegaremos ao problema de otimização em $t = 1$. Nesse caso específico, não precisamos discretizar valores de v_{j1}^0 (os níveis dos reservatórios no começo do horizonte), uma vez que esses são conhecidos. Portanto, basta resolvermos um único problema de otimização, com os valores de v_{j1}^0 dados pelas condições iniciais do modelo e $\phi_{n,2}^0$, $\phi_{n,2}^A$ e $\phi_{n,2,j}^V$ advindos da resolução do problema para $t = 2$. A resolução dessa otimização dará a solução final para as variáveis de decisão do problema.

Esse modo de resolução, usando *backward induction*, é denominado programação dinâmica estocástica (PDE). O termo “estocástico” vem do fato de que é necessário resolver um problema de otimização para cada período e cenário (ou seja, para cada amostra dos ruídos aleatórios ξ que seja feita) – e para cada discretização de v_{jt}^0 . A qualidade da solução dependerá fundamentalmente da quantidade de discretizações de v_{jt}^0 que sejam feitas, dado que isso determinará a qualidade da aproximação para as

⁷ Na prática, é comum que o modelo seja executado com períodos adicionais ao horizonte de interesse do estudo – porém, isto significa apenas uma redefinição do período T . Por exemplo, para executar um estudo de planejamento da operação do sistema até 2030, pode-se analisar a operação do sistema com cinco anos adicionais (até 2035), de modo que $z_{2035+1,q} = 0$.

funções de custo futuro. Esse fato origina o que se denomina “maldição da dimensionalidade”. Se houvesse apenas um reservatório ($j = 1$), poderíamos, digamos, tomar apenas 10 discretizações de v_{1t}^0 para cada período (e cenário) e interpolá-las. No entanto, se o número de reservatórios for $|J^H|$, precisaremos tomar 10 discretizações para a primeira usina, 10 para a segunda, 10 para a terceira etc. (e considerar as combinações de cada uma dessas discretizações), o que significa que teremos de resolver $10^{|J^H|}$ problemas de otimização para cada período (e cenário). A “maldição da dimensionalidade” se refere justamente a esse fato de que o esforço computacional para resolver um problema de PDE aumenta exponencialmente com o número de variáveis de estado (que neste caso é o número de reservatórios), o que pode inviabilizar a solução de problemas com um número suficientemente alto de variáveis de estado.

A programação dinâmica dual estocástica (PDDE) contorna o problema da maldição da dimensionalidade usando o fato de que, ao resolver um problema de otimização linear, é relativamente simples obter suas variáveis duais, e estas, por sua vez, podem ser usadas para obter aproximações lineares (locais) da função objetivo. Se fixamos os valores de v_{jt}^0 e a_t no problema (12) e o resolvermos, obteremos também as variáveis duais para as equações (12f) e (12g) – repetidas abaixo para maior facilidade do leitor. Essas variáveis duais podem ser então utilizadas como coeficientes $\phi_{n,t,j}^V$ e $\phi_{n,t}^A$ para o problema do período $t - 1$.

$$v_{jt} = \mathbb{V}_j \left(\{e_{mjh}\}_{mjh}, \{v_{jt}^0\}_{j \in J^H}, a_t \right) \quad \forall j \in J^H \quad \leftarrow \phi_{n,t,j}^V \quad (12f)$$

$$a_{t+1,q} = \mathbb{A} \left(a_t, \xi_q \right) \quad \leftarrow \phi_{n,t}^A \quad (12g)$$

Mais precisamente, o algoritmo de PDDE funciona do seguinte modo:

1. Inicialize todas as funções de custo futuro, em todos os períodos e cenários como $z_{t,q} = 0$ e $N = 1$;
2. Começando pelo primeiro período ($t = 1$), resolva o problema de otimização (12), que resultará em valores para v_{j1} ;
3. Para cada $t = 2, 3, \dots, T - 1$ (nessa ordem) e cada cenário, resolva o problema de otimização (12), usando como v_{jt}^0 os valores obtidos dos resultados da otimização em $t - 1$. Os resultados serão valores de v_{jt} ;
4. Resolva o problema de otimização (12), para $t = T$, para cada cenário considerado, usando $v_{jT}^0 = v_{j(T-1)}$. Encontre as variáveis duais associadas com as restrições (12f) e (12g), que denominaremos $\phi_{N,T,j}^V$ e $\phi_{N,T}^A$, respectivamente. Também é possível obter $\phi_{N,t+1}^0$ a partir dos valores de $\phi_{N,T,j}^V$, $\phi_{N,T}^A$, da função objetivo, e das variáveis de decisão de volume (v) e afluência (a) na solução do problema de otimização.
5. Para cada $t = T, T - 1, \dots, 2$ (nessa ordem) e cada cenário considerado, resolva o problema de otimização (12), com $v_{jt}^0 = v_{j(t-1)}$ e as restrições:

$$z_{t+1,q} \geq \phi_{n,t+1}^0 + \phi_{n,t+1}^A \cdot a_{t+1,q} + \sum_{j \in J^H} \phi_{n,t+1,j}^V \cdot v_{jt} \quad \forall n \leq N, q \in \mathcal{Q} \quad (12h)$$

Encontre as variáveis duais associadas com as restrições (12f) e (12g), que denominaremos $\phi_{N,t,j}^V$ e $\phi_{N,t}^A$, respectivamente

6. Faça $N = N + 1$. Volte para a etapa 2.

O passo 3 acima é chamado de *simulação forward*. O seu principal objetivo é calcular volumes iniciais v_{jt} para serem usados em períodos seguintes. Os passos 4 e 5 são denominados *simulação backward*. O objetivo é calcular parâmetros $\phi_{n,t}^0, \phi_{n,t}^A, \phi_{n,t,j}^V$ para melhorar a aproximação da função de custo futuro em cada período. Note que, em cada iteração deste algoritmo, se obterá uma nova inequação linear (hiperplano) no formato (12h). O conjunto desses hiperplanos forma uma aproximação linear por partes da função de custo futuro: conforme aumenta o número de iterações, mais hiperplanos, e, portanto, melhor será essa aproximação.

É possível demonstrar que o algoritmo acima irá convergir para a solução do problema, dentro de qualquer tolerância desejada pelo usuário, desde que certas condições sejam satisfeitas. Dentre estas, a função objetivo deve ser convexa. Se as funções $\mathbb{V}, \mathbb{A}, \mathbb{L}$ forem representadas como um conjunto de restrições lineares (em particular, sem envolver o produto de duas variáveis), é possível garantir a convexidade da função z em função das variáveis de estado. É importante ter cuidado na formulação de um problema para aplicação da PDDE, para assegurar que nenhuma dessas hipóteses subjacentes esteja sendo violada.

Para mais detalhes acerca do funcionamento da PDDE, o leitor interessado pode consultar (M. V. F. Pereira, 1989; M. V. F. Pereira & Pinto, 1991). Vale a pena citar que o algoritmo admite uma série de estratégias alternativas, dentre as quais usar apenas um subconjunto dos cenários para a *simulação forward*, uma estratégia que acaba sendo fundamental para resolver problemas com grande número de cenários.

2.5.3 Programação dinâmica dual estocástica com cadeias de Markov

Na seção 2.5.1, o problema (7) foi “transformado” no problema (12) através de um processo de amostragem dos ruídos aleatórios e da linearização da função de custo futuro. Na seção 2.5.2, vimos como resolver este problema através da PDDE.

O mesmo processo de amostragem e linearização do custo futuro pode ser utilizado na formulação (8) – na qual havíamos introduzido *clusters* – dando origem à formulação (13) abaixo. Não há grandes diferenças em relação à lógica descrita na seção 2.5.1, exceto pelo fato de que os coeficientes das restrições (13g) passam a depender também do cluster c – isto é, $\phi_{n,c,t+1}^0, \phi_{n,c,t+1}^A$ e $\phi_{n,c,t+1,j}^V$ passam a conter o subíndice adicional c . Isso surge do fato de que a função que incorpora a regra de evolução temporal das variáveis aleatórias ($\mathbb{A}$) no problema (8) depender também do cluster, diferentemente do que ocorria no problema (7).

$$z_t \left(\{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H}, a_t, c^0 \right) = \min \sum_{h \in \mathcal{H}(t)} \sum_{\substack{j \in \mathcal{J} \\ m \in \mathcal{M}(j)}} P_{mjh} e_{mjh} + \left(\frac{1}{1 + \rho} \right) \sum_{c \in \mathcal{C}} M_{c^0 c} \frac{1}{|Q(c)|} \sum_{q \in Q(c)} z_{(t+1)qc} \quad (13a)$$

$$s. t. \sum_{\substack{j \in \mathcal{J} \\ m \in \mathcal{M}(j,s)}} e_{mjh} + \sum_{s \in \mathcal{S}} (f_{ssh} - f_{s\bar{s}h}) = D_{sh} \quad \forall s \in \mathcal{S}, h \in \mathcal{H}(t) \quad (13b)$$

$$0 \leq x_{mjh} \leq 1 \quad \forall j \in \mathcal{J}, m \in \mathcal{M}(j), h \in \mathcal{H}(t) \quad (13c)$$

$$e_{mjh} = E_{mjh}x_{mjh} \quad \forall j \in \mathcal{J}, m \in \mathcal{M}(j), h \in \mathcal{H}(t) \quad (13d)$$

$$\mathbb{L}\left(\{e_{mjh}\}_{mjh}, \{f_{ssh}\}_{ssh}, \{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H}, \{v_{jt}\}_{j \in \mathcal{J}^H}, a_t\right) \leq 0 \quad (13e)$$

$$v_{jt} = \mathbb{V}_j\left(\{e_{mjh}\}_{mjh}, \{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H}, a_t\right) \quad \forall j \in \mathcal{J}^H \quad (13f)$$

$$a_{(t+1)qc} = \mathbb{A}(a_t, \xi_q, c) \quad \forall q \in \mathcal{Q}(c), c \in \mathcal{C} \quad (13g)$$

$$z_{(t+1)qc} \geq \phi_{n,c,t+1}^0 + \phi_{n,c,t+1}^A \cdot a_{(t+1)qc} + \sum_{j \in \mathcal{J}^H} \phi_{n,c,t+1,j}^V \cdot v_{jt} \quad \forall n \in \mathcal{N}, q \in \mathcal{Q}(c), c \in \mathcal{C} \quad (13h)$$

O algoritmo de PDDE com cadeias de Markov é similar ao descrito na seção 2.5.2: na simulação *forward*, é resolvido um problema de otimização para cada período, cluster e cenário, de modo a determinar valores de v_{jt} para os períodos seguintes; e os mesmos problemas são resolvidos para a simulação *backward*, de modo a determinar os valores dos coeficientes $\phi_{n,c,t+1}^0$, $\phi_{n,c,t+1}^A$ e $\phi_{n,c,t+1,j}^V$ (Bonnans et al., 2012).

O fato de as funções de custo futuro (os coeficientes $\phi_{n,c,t+1}^0$, $\phi_{n,c,t+1}^A$ e $\phi_{n,c,t+1,j}^V$) dependerem dos clusters implica em maior custo computacional, dado que será necessário realizar boas aproximações da função de custo futuro para *todos* os clusters, o que implica a utilização de mais cenários (Babonneau et al., 2022). Apesar do maior custo computacional, a abordagem de PDDE por cadeias de Markov tem algumas vantagens em relação à abordagem tradicional, da seção 2.5.2. O leitor interessado pode consultar Löhndorf e Shapiro (2019), que comparam os dois métodos, indicando suas vantagens e desvantagens. Vale destacar uma vantagem em particular da PDDE com cadeias de Markov. Na abordagem tradicional (sem cadeias de Markov), uma variável aleatória com dependência temporal no problema de otimização precisa necessariamente estar do lado direito das restrições do problema (Babonneau et al., 2022; Löhndorf & Shapiro, 2019). Esse é o caso no problema de fechamento de mercado que estamos vendo, em que o ruído ξ_q está no lado direito da restrição (12g), mas pode não ser o caso, por exemplo, quando formos tratar do problema de otimização do lucro de um agente, como veremos na seção 2.5.4. Quando a variável aleatória não estiver do lado direito das restrições, a PDDE com cadeias de Markov acaba sendo a alternativa viável.

2.5.4 Programação dinâmica dual estocástica aplicada à maximização de lucro

Como introduzido na seção 2.3.3, não há nada de especial com a representação multiperíodo do problema dos agentes, salvo pela reinterpretação da função de custo futuro como uma função de lucro futuro. Consequentemente, é de se esperar que para este problema seja também adequado ao uso da estratégia da PDDE.

A formulação (14) abaixo representa o problema de maximização de lucros do agente b , com multiperíodos e estocasticidade representada por cadeias de Markov. Em relação à formulação (10) da seção 2.3.3, as principais diferenças são:

- A representação explícita da estocasticidade do problema. Em particular, a função $z_{b,t}$ passa a depender também do cluster c^0 e de um vetor aleatório a_t , que obedece a alguma regra de evolução pré-especificada – a equação (14f) mostra a regra de evolução de a_t .

- A presença de incerteza nos parâmetros da função $\mathbb{P}_{sbh}$. O motivo é que o preço da energia no período t (para os mesmos valores de e_{jh}) pode depender também do cenário que está sendo analisado (por exemplo, se o cenário é úmido ou seco).
- Assim como em (13), são realizadas $|Q(c)|$ amostras do ruído aleatório para cada cluster c , que são utilizadas para calcular amostras da função de custo futuro $z_{b(t+1)qc}$. Na função objetivo, se considera uma média amostral desses valores de $z_{b(t+1)qc}$ – segundo a lógica descrita na seção 2.5.1.
- A função de custo futuro é aproximada por hiperplanos, como pode ser visto na equação (14f) – seguindo também a mesma lógica descrita na seção 2.5.1. Por abuso de notação, identificamos estes coeficientes também com a letra grega ϕ , destacando o índice b adicional para lembrar que cada agente possuirá a sua própria função de lucro futuro.

Os coeficientes desses hiperplanos podem ser calculados seguindo a mesma metodologia de simulações *backward* e *forward* descrita anteriormente. Há uma sutileza, entretanto, devido à representação de estocasticidade na função preço $\mathbb{P}$. Como vimos, a PDDE tradicional (tal como apresentado na seção 2.5.2) possui uma limitação quanto à representação de parâmetros de incerteza com dependência temporal que não estejam no lado direito das restrições do problema. Com isto, como a função preço depende de variáveis aleatórias, é preciso utilizar a formulação da PDDE com cadeias de Markov – motivo pelo qual esta é a formulação apresentada em (14).

$$z_{b,t}(\{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H(b)}, a_t, c^0) =$$

$$\min - \sum_{\substack{j \in \mathcal{J}(b) \\ h \in \mathcal{H}(t)}} e_{jh} \cdot \mathbb{P}_{sbh} \left(\left(\sum_{j \in \mathcal{J}(s,b)} e_{jh} \right)_{sh}, a_t, c^0 \right) + \sum_{\substack{j \in \mathcal{J}(b) \\ h \in \mathcal{H}(t)}} \mathbb{C}_j(e_{jh}, a_t, c^0) \quad (14a)$$

$$+ \left(\frac{1}{1 + \rho} \right) \sum_{c \in \mathcal{C}} M_{c^0 c} \frac{1}{|Q(c)|} \sum_{q \in Q(c)} z_{b(t+1)qc}$$

$$0 \leq x_{jh} \leq 1 \quad \forall j \in \mathcal{J}(b), h \in \mathcal{H}(t) \quad (14b)$$

$$e_{jh} = \tilde{E}_j x_{jh} \quad \forall j \in \mathcal{J}(b), h \in \mathcal{H}(t) \quad (14c)$$

$$\mathbb{L}_b(\{e_{jh}\}_{j \in \mathcal{J}(b), h \in \mathcal{H}(t)}, \{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H(b)}, \{v_{jt}\}_{j \in \mathcal{J}^H(b)}, a_t) \leq 0 \quad (14d)$$

$$v_{jt} = \mathbb{V}_j(\{e_{jh}\}_{jh}, \{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H(b)}, a_t) \quad \forall j \in \mathcal{J}^H(b) \quad (14e)$$

$$a_{(t+1)qc} = \mathbb{A}(a_t, \xi_q, c) \quad \forall q \in Q(c), c \in \mathcal{C} \quad (14f)$$

$$z_{b(t+1)qc} \geq \phi_{bnc,t+1}^0 + \phi_{bnc,t+1}^A a_{(t+1)qc} + \sum_{j \in \mathcal{J}^H(b)} \phi_{bnc,t+1,j}^V v_{jt} \quad \forall n \in \mathcal{N}, q \in Q(c), c \in \mathcal{C} \quad (14g)$$

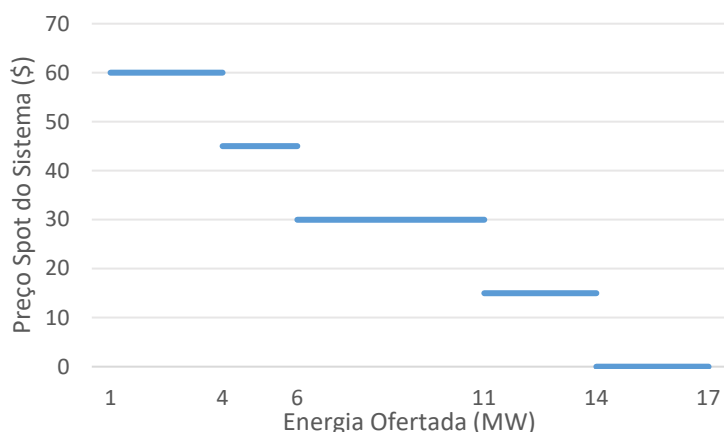
Cabe observar que, na formulação (14), consideramos que o agente pode decidir somente a quantidade gerada. No entanto, o mesmo processo de representação de estocasticidade por cadeias de Markov poderia ser aplicado à formulação (11), em que as estratégias dos agentes são pares preço-quantidade.

2.5.5 A natureza não convexa da função objetivo

Como visto anteriormente (seção 2.5.2), a aplicação da metodologia de PDDE exige que a função objetivo do problema seja convexa. Esse é de fato o caso quando se resolve o problema do operador, mas não será verdade no caso da otimização individual do lucro dos agentes. Isto é, a função objetivo do problema (14), em geral, não é convexa. Mais precisamente, o que vamos ver nesta seção é que a função receita não é côncava⁸.

Podemos examinar esta propriedade com um exemplo hipotético simples: suponha um agente b que tenha uma única usina térmica, de grande porte e custo variável muito baixo, em um universo em que todos os outros agentes do sistema já submeteram ofertas preço-quantidade fixas. A Figura 2 mostra o que ocorre com o preço da energia (determinado pelo operador a partir do problema de fechamento de mercado) em função da quantidade que este agente oferta ao sistema – para um sistema ilustrativo em que há competidores capazes de ofertar diferentes quantidades de energia a preços de 60 R\$/MWh, 45 R\$/MWh, 15 R\$/MWh, e 0 R\$/MWh respectivamente. Se o agente formador de preço não oferta nenhuma quantidade de energia, o operador não pode contar com essa usina térmica e despachará usinas mais caras. A usina marginal terá um custo variável de aproximadamente 60\$/MW, e esse será o preço *spot* da energia. À medida que o agente aumenta a quantidade ofertada pela própria usina, o operador decide gerar cada vez menos com a térmica de 60\$/MW, até que em dado ponto, ela deixará de ser acionada. Neste ponto, a usina marginal passa a custar 45\$/MW e o preço marginal “salta” para esse valor. Se o agente b seguir aumentando a quantidade de energia ofertada, o preço seguirá constante, até que a usina de 45\$/MW também deixe de ser despachada e o preço *spot* dê um novo salto. A função preço *spot*, em função da energia ofertada, será, portanto, decrescente e “por patamares”, como mostrado na Figura 2: à medida que a energia ofertada aumenta, a usina marginal vai se alterando, e o preço *spot* “salta” para valores cada vez menores.

Figura 2 - Preço spot em função da oferta do agente formador de preços

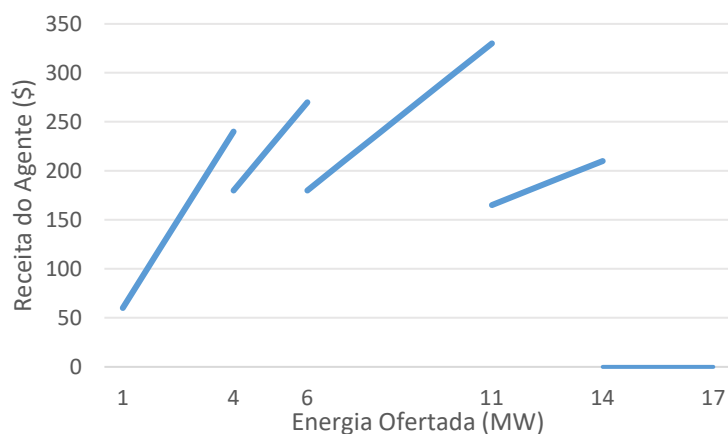


A receita do agente b é obtida pela multiplicação do preço (gráfico da Figura 2) pela quantidade ofertada e é mostrada na Figura 3. Enquanto a quantidade ofertada é pequena, a usina marginal será a de 60\$/MW e a receita será $60 \times e$ [\$] (em que e é a quantidade ofertada, igual à geração), uma reta que passa pela origem do gráfico e cresce com coeficiente angular 60. No momento em que a usina marginal muda

⁸ O fato de a função receita não ser côncava implica que seu oposto não é convexo. Como a função receita aparece na função objetivo (14a) com sinal invertido, essa afirmação acaba sendo equivalente à de que a função objetivo não é convexa, ao menos para funções $\mathbb{C}_j$ lineares por partes em e_{jh} .

para a de 45 \$/MW, há uma descontinuidade da função receita. Uma vez que o preço cai, a receita passa a ser $45 \times e$ [\$]. Ou seja, a função receita terá um formato de “dente de serra”, tal como mostrado na Figura 3: enquanto a usina marginal não se altera, a receita cresce linearmente; entretanto, haverá descontinuidades sempre que o preço marginal se alterar, e o coeficiente angular diminui conforme aumenta a energia ofertada (dado que este coeficiente angular é dado pelo preço spot da Figura 2). Nota-se que esta propriedade da função receita havia sido explorada, por exemplo, em (Flach et al., 2010; Garcia & Chabar, 2016).

Figura 3 - Receita do agente formador de preços em função da sua oferta



Preço (\$)	Quantidade (e)	Receita (\$)
60	1	60
60	2	120
60	3	180
60	4	240
45	5	225
45	6	270
30	7	210
30	8	240
30	9	270
30	10	300
30	11	330
15	12	180
15	13	195
15	14	210
0	15	0
0	16	0

A função receita, portanto, não é côncava, como pode ser visto na Figura 3, devido às descontinuidades que existem em cada ponto de mudança da usina marginal. Apesar de ser um exemplo simples, as principais conclusões são as mesmas para casos mais gerais: a receita do agente é crescente em função da quantidade de energia ofertada, até que essa se torne suficientemente grande para influenciar negativamente no preço spot. Tal mudança causa uma queda momentânea na receita total do agente quando sua oferta ultrapassa os pontos críticos de mudança de preço. Por esse motivo, a curva de receita

apresenta descontinuidades quando os preços são reduzidos, voltando a aumentar imediatamente conforme a quantidade de energia ofertada se eleva, até que ocorra o próximo ponto de quebra.

Em termos práticos, a não convexidade da função objetivo implica que a PDDE não pode ser diretamente aplicada. Veremos na seção 3.3.5 uma possível estratégia de resolução desse problema, que envolve utilizar na função objetivo a envoltória côncava da função receita, ao invés da função receita em si.

3 O MODELO DE EQUILÍBRIO DE NASH

Este capítulo tem como objetivo apresentar alguns elementos fundamentais do modelo de equilíbrio de Nash desenvolvido no presente projeto de P&D (denominado “OptNash”). São apresentadas algumas características gerais do funcionamento do modelo (seção 3.1), seguido de uma discussão de como os dados de entrada são representados e sua relação com o desenho de mecanismo baseado em ofertas dos agentes proposto para o Brasil e com o software BidBasedDispatch (seção 3.2). São discutidos em detalhe as metodologias aplicadas nos módulos que compõem o OptNash (seção 3.3), e finalmente apresenta-se alguns elementos para uso prático do software (seção 3.4).

3.1 Visão geral

Em sua essência, o software desenvolvido realiza o seguinte procedimento de maneira iterativa: (i) calcula-se um problema de maximização de lucro para cada agente individual participante do mercado (análogo ao problema apresentado na seção 2.3.4) e (ii) recalculam-se os preços de equilíbrio para o sistema por meio do problema de fechamento de mercado, agregando as estratégias de oferta dos agentes individuais (análogo ao apresentado na seção 2.2.7). Este procedimento é repetido para cada iteração de equilíbrio $k \in \mathcal{K} = \{1 \dots K\}$, idealmente até que seja alcançada a convergência – isto é, até que os preços utilizados como dado de entrada no problema de maximização dos agentes coincidam com os preços marginais resultantes da etapa de fechamento de mercado. Nota-se que o resultado deste processo de convergência é um preço ao qual nenhum agente tem incentivo a mudar a sua estratégia – correspondendo, portanto, a um equilíbrio de Nash (nos termos apresentados na seção 2.4).

Na prática, para viabilizar este procedimento iterativo, são necessárias uma série de “submódulos” (ou processos), que são apresentados de forma sintética na Figura 4 abaixo e detalhados nas subseções a seguir. Muitos destes processos individuais envolvem múltiplos problemas de otimização para cada agente $b \in \mathcal{B}$, e/ou a necessidade de se realizar um processo iterativo para cada iteração de PDDE $n \in \mathcal{N} = \{1 \dots N\}$ para a convergência do processo de otimização multiperíodo – analogamente ao que foi apresentado na seção 2.5.2. Como ilustrado pela presença de um grande número de processos iterativos dentro do programa, o cálculo do equilíbrio de Nash envolvendo múltiplos períodos e múltiplos agentes pode ser computacionalmente custoso, motivando assim uma estratégia de representação que busque algumas simplificações – como será apresentado na seção 3.2.

A Tabela 1 apresenta uma visão alternativa dos processos que compõem o modelo de equilíbrio de Nash, destacando essencialmente a mesma informação que a Figura 4 mas com uma outra estrutura que permite uma comparação mais direta entre os processos. Nota-se que esta representação sintética possui algumas limitações – por exemplo, como será explorado em mais detalhe na seção 3.3.3, o módulo GuessBid possui duas “modalidades” de uso, de modo que pode haver alguma ambiguidade em indicar se o programa envolve um problema por agente ofertante ou não (em função da modalidade sendo utilizada). O funcionamento completo de cada um destes submódulos e a forma como se interconectam com outros processos será apresentado de forma mais completa nas seções seguintes, evitando qualquer ambiguidade.

Figura 4 – Visão geral das componentes do Modelo de Equilíbrio de Nash (OptNash)

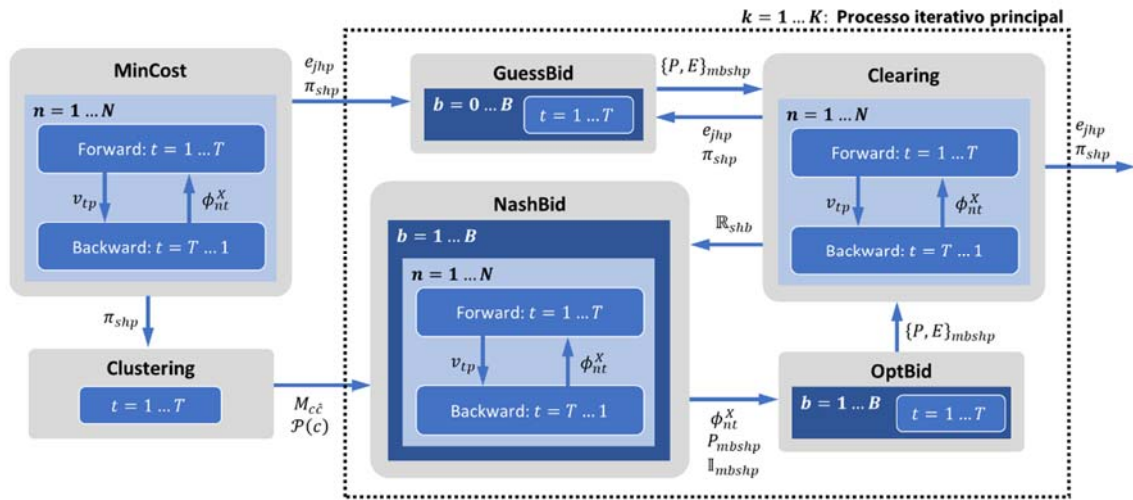


Tabela 1 – Quadro comparativo dos submódulos

Processo	Principais resultados (que alimentam outros processos)	Chamado iterativa- mente?	Envolve iterações PDDE?	Um problema por agente?
MinCost	Estimativa de preços π e de geração e por ativo	Não	Sim	Não
Clustering	Probabilidade de transição entre clusters M , alocação das séries forward $p \in \mathcal{P}$ a um cluster	Não	Não	Não
GuessBid	Ofertas preço-quantidade por agente e para os ativos tomadores de preço P, E	Sim	Não	Não ⁹
Clearing	Função receita para cada agente em função da quantidade ofertada: $\mathbb{R}$	Sim	Sim	Não
NashBid	Parâmetros da função de custo futuro ϕ , preço de oferta P , indicadora de aceite de oferta $\mathbb{I}$	Sim	Sim	Sim
OptBid	Ofertas preço-quantidade por agente P, E	Sim	Não	Sim

⁹ Nota-se que GuessBid é o único módulo que não envolve a construção de um problema de otimização. Além disso, embora nesta tabela tenha sido enfatizado o uso do Guessbid ao longo das iterações, ele também é utilizado na etapa de inicialização com uma chamada por agente – mais detalhes na seção 3.3.3.

3.2 Paradigmas da representação

É importante destacar que os dois softwares desenvolvidos ao longo do presente projeto de P&D, o BidBasedDispatch (Entregável 8) e o OptNash (Entregável 10), possuem objetivos diferentes funções *complementares* para a exploração das consequências de uma implementação de um mecanismo de despacho e formação de preços baseado em ofertas para o Brasil. Em uma analogia à cadeia de modelos aplicada no setor elétrico brasileiro, o BidBasedDispatch possui funções análogas ao DESSEM (isto é, visa representar um problema de horizonte mais curto com maior nível de detalhe), ao passo que o OptNash se assemelha mais ao NEWAVE (contemplando um horizonte mais extenso de simulação de modo a capturar os efeitos intertemporais característicos de um sistema hidrotérmico como o Brasileiro).

As subseções seguintes discutem os principais paradigmas de representação utilizados no OptNash (modelo de equilíbrio de Nash). Na maior parte dos casos, estas representações são simplificadas em comparação com o BidBasedDispatch, de acordo com as prioridades e objetivos de cada um dos dois modelos.

3.2.1 Reservatórios agregados

Como elucidado no capítulo 5 do Entregável 3 deste projeto de P&D, a implementação do mecanismo de formação de preços por oferta no Brasil possui um ponto de fundamental complexidade, devido à grande participação de hidrelétricas e presença de muitos proprietários distintos em cada uma das diferentes cascatas que compõem o sistema. A solução considerada mais adequada à problemática dos direitos de propriedade apontada anteriormente, fundamental em um mercado por ofertas, propõe a segmentação do Brasil em 4 reservatórios virtuais, um para cada submercado do sistema. Assim, a cada período de liquidação, as afluições físicas a cada hidrelétrica do sistema são convertidas em afluições “virtuais” associadas a cada submercado e repartidas entre os agentes de mercado de acordo com o número de “cotas” da geração hidrelétrica que estes possuem (em um mecanismo análogo ao MRE atual). Além disso, cada agente pode ainda submeter ofertas para a venda desta energia “virtual” armazenada – de modo que, a cada período de liquidação, a quantidade de créditos de reservatório virtual do referido ofertante deve resultar do saldo da liquidação do período anterior somado aos créditos de afluição obtidos no período de referência e subtraídos do montante de energia vendida na liquidação de mercado.

Atualmente, o mercado brasileiro dispõe do Mecanismo de Realocação de Energia (MRE) como um instrumento de compartilhamento do risco hidrológico, em que o total da geração de energia dos agentes participantes é dividido entre eles de acordo com a parcela da garantia física de cada usina em relação à soma das garantias físicas totais desses ativos. Assim como o MRE estabelece direitos aos ofertantes participantes, é importante que a estratégia de precificação proposta respeite a prerrogativa deste mecanismo. Por esse motivo, a opção por segmentar o mercado em reservatórios virtuais, divididos de acordo com um fator de proporcionalidade que atualiza a capacidade de oferta dos agentes, mostrou-se uma alternativa adequada que mantém os direitos dos que estão inseridos atualmente no MRE.

A implementação de reservatórios virtuais busca adequar a capacidade de realização de ofertas dos agentes inseridos neste mercado à nova proposta de formação de preços de energia elétrica. Entretanto, qualquer mecanismo implementado influencia as estratégias dos agentes (sua energia disponível,

capacidade de oferta, ou lucros), de modo que é importante que a forma como os preços são formados não interfira negativamente nos incentivos aos ofertantes. Este se mostrou um elemento de especial preocupação dos desenvolvedores do presente P&D no desenho de mercado proposto no Entregável 3, o que levou a uma série de sutilezas na implementação do mecanismo de reservatórios virtuais. Em particular, aqueles agentes que optarem por participar da dinâmica dos reservatórios virtuais serão submetidos a um processo de conciliação físico-virtual que atualiza de forma sistemática os créditos dos agentes de acordo com a energia armazenada real medida em cada subsistema. Tal procedimento funcionaria como uma conversão da conta prevista de energia, baseada no saldo dos créditos do período de liquidação anterior, em valores definitivos, sem diferenças entre o montante de energia armazenada nos reservatórios virtuais e nos físicos. Para isso, seria necessário medir a quantidade de energia armazenada em cada reservatório virtual agregado ao fim de cada etapa de liquidação do mercado de balanço, de modo a reparti-la entre os agentes detentores de créditos de reservatório virtual de acordo com o percentual de créditos da conta prevista de energia que eles detinham antes da atualização realizada.

Embora o procedimento detalhado da evolução dos reservatórios virtuais e dos reservatórios físicos seja incorporado explicitamente na implementação do modelo BidBasedDispatch (o que permite averiguar a compatibilidade de incentivos deste mecanismo), o modelo OptNash adota uma estratégia diferente que visa abstrair este elemento de desenho em particular. Na prática, para representar a proposta de segmentação do sistema em reservatórios virtuais, o Optnash agrega o potencial hidrelétrico total de cada subsistema definido na base de dados do modelo em usinas equivalentes para cada submercado e cada proprietário. Assim, cada um dos ofertantes considerados em determinada simulação de mercado terá uma usina hidrelétrica representativa em cada submercado, com um potencial de geração equivalente à quantidade de créditos de reservatório virtual que este agente teria em um mercado por ofertas.

Nota-se que, implicitamente, esta representação considera que não haveria nenhuma discrepância entre a operação física e a operação virtual do sistema, de modo que a representação dos reservatórios virtuais (associados a proprietários e submercados) é suficiente para representar a evolução do sistema. Esta simplificação é análoga à simplificação que é feita pelo NEWAVE com a representação de reservatórios equivalentes por submercado. Considerando o custo computacional de se realizar o cálculo exato das quantidades de armazenamento físico e virtual, e os incentivos construídos para o desenho proposto para o mecanismo de reservatórios virtuais, considerou-se esta uma aproximação adequada.

3.2.2 Agentes formadores de preço e tomadores de preço

Diferentemente da metodologia de formação de preços baseada em custos, um mercado precificado por ofertas pode gerar incentivos bastante distintos aos agentes detentores de recursos energéticos, uma vez que os preços de equilíbrio do referido mercado dependem diretamente de decisões individuais acerca da quantidade e preços da energia ofertada (o que influencia, por sua vez, a receita dos ofertantes). Com isso em mente, é intuitivo supor que agentes detentores de uma fatia maior dos recursos disponíveis no mercado tenham um controle maior dos preços spot – ou seja, eles otimizam a sua oferta de modo que o seu lucro máximo seja compatível com o melhor *tradeoff* entre a redução quantidade comercializada causada por ofertas com preços mais elevados e a receita marginal maior por unidade de energia vendida.

Por outro lado, para agentes muito pequenos, é improvável que eles sejam capazes de ter qualquer influência sobre os preços de mercado – e neste caso, a sua estratégia ótima é simplesmente ofertar os seus verdadeiros custos. Baseado nestas características, podemos nos referir aos agentes capazes de influenciar os preços como formadores de preços (*pricemakers*), enquanto aqueles que não possuem poder de barganha suficiente para alterar ofertas em termos de preços e quantidade são chamados de tomadores de preços (*pricetakers*). Nota-se que seria possível, sem perda de generalidade, a representação de todos os agentes como (potencialmente) formadores de preço. Entretanto, isto levaria a dificuldades em termos de tempo computacional, visto que, de um modo geral, pode haver um número muito grande de agentes pequenos em determinado sistema – já que, sem a hipótese que estes agentes podem ser considerados tomadores de preço, seria necessário modelar individualmente a receita e estratégia de oferta para cada um deles. Consequentemente, a representação de agentes “tomadores de preço” não necessariamente implica que eles são capazes de exercer poder de mercado – em vez disto, eles têm o *potencial* de ofertar estrategicamente, e a sua estratégia ótima será avaliada pelo modelo de equilíbrio de Nash. A representação de um ou mais agentes tomadores de preço pode ser usada, por exemplo, para validar que determinada condição de mercado é próxima de uma situação de competição perfeita (caso a capacidade dos agentes de influenciar preços e extrair rendas mais altas seja limitada).

Esclarecida a diferença entre os dois tipos de agentes supracitados e os motivos da sua existência no mercado analisado no presente P&D, os dados de entrada do Optnash exigem que o usuário indique ao modelo a quantidade de agentes *formadores de preço* que serão considerados na rodada, bem como quais ativos cada um dos ofertantes detém. Não é necessário representar explicitamente os agentes tomadores de preço, e todos os ativos não associados a um dos agentes explicitamente representados são automaticamente associados a este conjunto de agentes tomadores de preço. A representação dos agentes formadores de preço e tomadores de preço é apresentada em mais detalhe na seção 3.3.

Nota-se que, no Entregável 9 do presente projeto, o BidBasedDispatch (laboratório computacional para um mercado de preços por ofertas que corresponde ao Entregável 8 deste projeto) foi utilizado para análises de poder de mercado dos ofertantes. Nestes exercícios, a estratégia ótima de oferta dos agentes foi encontrada por meio de uma *busca exaustiva*, fazendo variar o multiplicador aplicado sobre o custo marginal dos ativos deste ofertante e averiguando a consequência de cada uma destas estratégias sobre a sua lucratividade. Esta estratégia, embora eficaz para sistemas pequenos, estaria sujeita aos desafios da maldição da dimensionalidade (introduzidos na seção 2.5.2) à medida que o número de agentes formadores de preço e/ou a complexidade das estratégias de oferta aumenta. Com isto, a complementariedade entre os dois softwares na exploração dos resultados da implementação de um mecanismo de preços por oferta fica mais uma vez evidente.

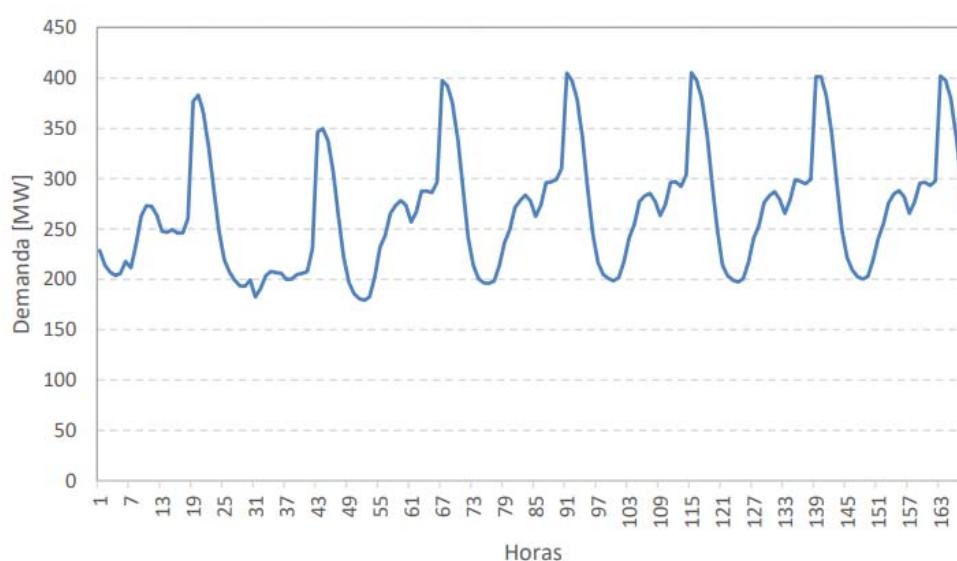
3.2.3 Representação por blocos

A representação da demanda detalhada (cronologicamente em etapas horárias ou sub-horárias) ou em blocos (ou patamares de carga) é outro ponto de divergência entre os modelos BidBasedDispatch e OptNash – mais uma vez seguindo a analogia com a representação no DESSEM e no NEWAVE respectivamente. Evidentemente, há sutilezas da operação que só podem ser capturadas em um modelo com resolução horária, demandando a utilização do DESSEM ou do BidBasedDispatch respectivamente – entretanto, para a representação de um horizonte mais longo, uma representação por blocos pode reduzir significativamente o esforço computacional sem comprometer significativamente o resultado.

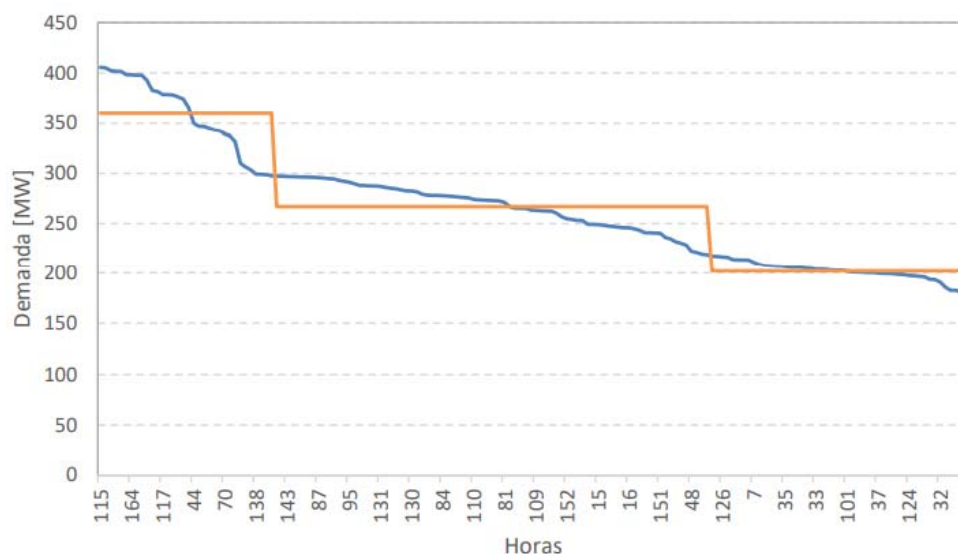
Na prática, isto implica em uma mudança na interpretação das subdivisões $h \in \mathcal{H}$ introduzidas na seção 2.2.6: no lugar de estas subdivisões representarem intervalos cronológicos consecutivos, eles passam a representar blocos agregados de conjuntos de horas com características similares. Nota-se que esta representação agregada no modelo OptNash não tem qualquer efeito sobre a recomendação de desenho para o mecanismo de despacho e formação de preços efetivamente aplicado.

Fundamentalmente, a formação dos blocos leva em consideração características específicas da demanda e da geração renovável ao longo do horizonte de estudo. A título de exemplificação, considere um perfil de demanda semanal como ilustrado na Figura 5. Há um perfil diário imediatamente visível, bem como uma diferença entre os dias da semana – com os dois primeiros ciclos representando o sábado e o domingo e contendo, para ambos, valores absolutos de demanda inferiores em relação aos demais dias.

Figura 5 - Perfil de demanda de uma semana representativa



Embora seja possível determinar os patamares de carga de diferentes maneiras (por exemplo, levando em consideração o horário de ponta regulatória), a forma mais robusta de se fazer esta representação para a otimização do despacho seria por meio da ordenação direta (não-cronológica) dos dados de demanda nas diferentes horas e o seu agrupamento em blocos por similaridade. Este procedimento é ilustrado na Figura 6. A curva em laranja representa uma aproximação da curva em azul com três patamares de carga (onde a demanda é constante dentro de cada patamar).

Figura 6 - Definição dos blocos a partir da demanda ordenada de acordo com o perfil das horas

3.2.4 Liquidação dupla

Como explorado no Entregável 3 do presente projeto de P&D, visando adaptar a nova proposta de liquidação para um mercado com formação de preços por oferta, recomendou-se a implementação de um modelo de dupla liquidação. Neste modelo, os agentes realizam ofertas de compra e venda de energia no dia anterior, com compromisso vinculante, e são penalizados ou beneficiados com uma segunda liquidação, realizada após o despacho, de acordo com a aderência ou não entre as previsões divulgadas e o consumo e a geração observados.

Neste modelo de dupla liquidação, considerado o mais adequado para este novo desenho de mercado, a metodologia de cálculo da receita do agente, apresentada no Entregável 3, depende principalmente da formação de preços no dia anterior à realização do despacho, com base nas previsões de geração realizadas pelos agentes. Assim, o preço no mercado do dia seguinte (p_{ds}) deve ser multiplicado pela previsão de geração do referido agente (q_{ds}), resultando na receita da primeira liquidação. Na segunda liquidação, a formação dos preços ocorre de acordo com a geração de energia observada no dia do despacho (p_{bal}), que deve ser multiplicada pela diferença entre a geração no mercado de balanço e o mercado do dia seguinte ($q_{bal} - q_{ds}$).

É relevante notar que a receita do agente no mercado de balanço pode ser positiva ou negativa e, portanto, significa um lucro ou uma despesa, dependendo de como foi realizada a sua projeção no mercado do dia seguinte. Dito isso, como os preços do mercado de balanço geralmente apresentam uma volatilidade maior do que o mercado do dia seguinte, em geral os agentes devem preferir realizar projeções de geração e consumo realistas para incorrer em um menor risco financeiro. A partir deste argumento que se sustenta a escolha do modelo de liquidação dupla, já que facilita a operação do sistema e a eficiência do mercado.

Ainda que o mecanismo de liquidação dupla seja considerado necessário para o funcionamento adequado do mercado por ofertas proposto no que diz respeito aos incentivos, para efeito de desenvolvimento do Optnash considerou-se adequado abstrair a representação das duas liquidações supracitadas. Na prática, o modelo produz como dados de saída um único conjunto de preços e

quantidades para a liquidação física e financeira – uma representação que pode ser representada como implicitamente considerando que os montantes a serem transacionados na liquidação do mercado de balanço são relativamente pequenos e tendem a se anular com o tempo (ou seja, desvios negativos em determinado período podem ser compensados por desvios positivos em outros períodos). Isto porque o principal objetivo do OptNash é representar as restrições de *energia* do armazenamento nos reservatórios que são afetadas pelas estratégias intertemporais dos agentes formadores de preço (e que muito provavelmente serão um fator determinante para o equilíbrio de longo prazo do mercado por ofertas), e não efeitos de *potência* de curto prazo. Embora rigorosamente estes efeitos de potência poderiam ter algum impacto na simulação de longo prazo, é importante destacar (i) que o ganho computacional de se realizar estas simplificações é significativo e (ii) que para averiguar mais de perto o efeito do mecanismo de liquidação dupla, sempre é possível utilizar o software BidBasedDispatch, que envolve a representação explícita dos dois momentos da liquidação e do balanço horário. Consequentemente, e considerando que a maior parte da receita ou despesa dos agentes advém do mercado do dia seguinte, julgou-se que a representação de uma única etapa de contabilização seria suficiente para extrair conclusões a respeito dos incentivos aos agentes em uma rodada de longo prazo do simulador.

3.3 Os módulos que compõem o modelo de equilíbrio de Nash

Como apresentado na seção 3.1, o modelo OptNash é na prática composto por uma série de “módulos” com objetivos bem-definidos, trabalhando em conjunto de modo a estimar o equilíbrio de Nash do sistema representado (como introduzido na seção 2.4). A presente seção descreve estes principais módulos e suas particularidades tal qual implementadas no modelo.

3.3.1 Problema de minimização de custo (“MinCost”)

Embora esta primeira etapa seja denominada um “problema de minimização de custo”, do ponto de vista do modelo de equilíbrio de Nash desenvolvido no âmbito do presente P&D, o que é esperado na prática para esta etapa corresponde a simplesmente a um *conjunto de dados de entrada* representativo de uma simulação deste tipo. A ideia é que estes dados de entrada possuam a dimensão necessária para modelar todo o espaço que será explorado pelo OpNash – por exemplo, eles devem conter informação para cada período do horizonte de simulação $t \in \mathcal{T}$, para cada subdivisão temporal $h \in \mathcal{H}$, e para cada série estocástica $q \in \mathcal{Q}$. Detalhes sobre a natureza e formato destes arquivos esperados como dados de entrada são apresentados no Anexo 3: Arquivos de dados da rodada MinCost.

Vale destacar que a solução de um problema de minimização de custo de um agente planejador é por si só um problema bastante complexo, e objeto principal de uma série de softwares comerciais – tais como o NEWAVE (utilizado oficialmente no Brasil) e o SDDP (software comercial desenvolvido pela PSR). Visto que esta otimização da operação do ponto de vista de um agente centralizado não é objetivo central do presente projeto de P&D, e levando em conta que seria desejável garantir ao OptNash a *flexibilidade* de utilizar diferentes softwares para prover as informações correspondentes à etapa de minimização de custo, optou-se por este tratamento de uma interface flexível no qual os *dados de saída* de um problema de minimização de custo são convertidos em *dados de entrada* para o OptNash.

Nota-se que o software OptNash oferece como uma facilidade para esta etapa em particular um comportamento “padrão” na ausência de quaisquer dados de entrada. Este comportamento padrão é, também, apresentado em mais detalhe no Anexo 3: Arquivos de dados da rodada MinCost. De forma

resumida, este procedimento padrão modela as hidrelétricas como oferecendo uma quantidade igual à energia afluenta a cada período a um preço fixo. Nota-se que este ponto de partida não contém muita informação sobre o sistema, e consequentemente pode-se esperar que seja necessário um número maior de iterações até a convergência do modelo (vide seção 3.1 para uma visão geral do processo iterativo). Consequentemente, o ponto de partida “padrão”, embora esteja disponível para o conforto do usuário, idealmente não deve ser utilizado para que sejam obtidas simulações mais realistas do equilíbrio de mercado.

Em vez disso, como o nome desta etapa indica, a recomendação é que os dados de entrada sejam obtidos de um software comercial de minimização de custo, da otimização do sistema do ponto de vista do planejador central – isto é, seguindo os paradigmas centrais apresentados na seção 2.2.3. Nota-se que, como estabelecido na literatura econômica clássica pelo teorema do bem-estar (Green, 2000), este resultado obtido com uma otimização centralizada do sistema é idêntico a um equilíbrio de mercado que poderia ser alcançado em condições de competição perfeita. Consequentemente, espera-se que esta rodada inicial seja um ponto de partida útil para os exercícios subsequentes. Um exemplo de problema de otimização seguindo estes paradigmas é apresentado em (15) a seguir, incorporando as estratégias de solução apresentadas nas seções 2.5.1 e 2.5.2.

$$z_t \left(\{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H}, a^0 \right) = \quad (15a)$$

$$\min \sum_{h \in \mathcal{H}(t)} \sum_{j \in \mathcal{J}} \mathbb{C}_j(e_{jh}) + \left(\frac{1}{1 + \rho} \right) \frac{1}{|Q|} \sum_{q \in Q} z_q \quad (15a)$$

$$s. t. \sum_{j \in \mathcal{J}} e_{jh} + \sum_{s \in \mathcal{S}} (f_{ssh} - f_{ssh}) = D_{sh} \quad \forall s \in \mathcal{S}, h \in \mathcal{H}(t) \quad (15b)$$

$$0 \leq x_{jh} \leq 1 \quad \forall j \in \mathcal{J}, h \in \mathcal{H}(t) \quad (15c)$$

$$e_{jh} = \tilde{E}_j x_{jh} \quad \forall j \in \mathcal{J}, m \in \mathcal{M}(j), h \in \mathcal{H}(t) \quad (15d)$$

$$\mathbb{L} \left(\{e_{jh}\}_{jh}, \{f_{ssh}\}_{ssh}, \{v_j^0\}_{j \in \mathcal{J}^H}, \{v_j\}_{j \in \mathcal{J}^H}, a^0 \right) \leq 0 \quad (15e)$$

$$v_j = \mathbb{V}_j \left(\{e_{jh}\}_{jh}, \{v_j^0\}_{j \in \mathcal{J}^H}, a^0 \right) \quad \forall j \in \mathcal{J}^H \quad (15f)$$

$$a_q = \mathbb{A}(a^0, \xi_q) \quad \forall q \in Q \quad (15g)$$

$$z_q \geq \phi_{n,t+1}^0 + \phi_{n,t+1}^A \cdot a_q + \sum_{j \in \mathcal{J}^H} \phi_{n,t+1,j}^V \cdot v_{jt} \quad \forall n \in \mathcal{N}, q \in Q \quad (15h)$$

3.3.2 Construção dos clusters e distribuição de probabilidades (“Clustering”)

Como discutido na seção 2.5.4, para o problema de maximização do lucro dos agentes torna-se relevante a representação da estocasticidade nos preços futuros. Entretanto, a forma como os preços são representados na função objetivo do problema (como coeficientes da função objetivo no lugar de ruídos no lado direito das restrições) implica que a programação dinâmica dual estocástica “padrão” não pode facilmente incorporar o efeito da dependência temporal destas variáveis aleatórias com uma única função de custo futuro. Face a esta dificuldade, uma solução amplamente utilizada na literatura é a representação de cadeias de Markov para capturar o comportamento da evolução das variáveis de preço.

A aplicação de um procedimento de clusterização como este é em linha com as melhores práticas da literatura, como apresentado na seção 2.5.4.

A metodologia de clusterização aplicada no modelo OptNash utiliza os dados do problema de minimização de custo (que, como apresentado na seção 3.3.1, são lidos de arquivos externos na etapa mincost) para identificar os clusters. Em particular, utilizam-se os dados informados do preço de liquidação das diferenças para identificar “distâncias”, e os clusters são definidos de modo a minimizar as distâncias dentro do cluster (duas séries que possuam preços similares terão alta probabilidade de pertencerem ao mesmo cluster, enquanto duas séries com preços mais díspares provavelmente pertencerão a clusters diferentes). O usuário define o número de clusters com que deseja trabalhar, e o modelo identifica o melhor agrupamento das séries estocásticas em clusters utilizando a metodologia clássica K-means (Lloyd, 1982).

Uma vez que cada série é associada a um cluster em determinado período de forma independente, esta informação de alocação pode ser utilizada para estimar a matriz de probabilidades de transição $M_{\hat{c}ct}$ (isto é, a probabilidade de transição do cluster $\hat{c}$ para o cluster c entre o período t e o período $t + 1$). Para ilustrar este mecanismo, tomemos o caso apresentado na Tabela 2, em que há 6 séries amostrais e há uma probabilidade de 66% de que o sistema se encontre em um cluster de preços “baixos” e 33% que o sistema se encontre em um cluster de preços “altos”. Nota-se que, das quatro séries que se encontram no cluster baixo no primeiro período, três permanecem no cluster baixo no segundo período: ou seja, $M_{baixo,baixo} = M_{11} = \frac{3}{4} = 0.75$. Repetindo esta análise para todos os clusters, pode-se construir toda a matriz de transição como apresentado em (16).

Tabela 2 – Exemplo de associação série-cluster

Série	Cluster em $t = 1$	Cluster em $t = 2$
1	Baixo	Baixo
2	Baixo	Baixo
3	Baixo	Alto
4	Baixo	Baixo
5	Alto	Alto
6	Alto	Baixo

$$M_{t=1} = \begin{bmatrix} 0.75 & 0.5 \\ 0.25 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (16)$$

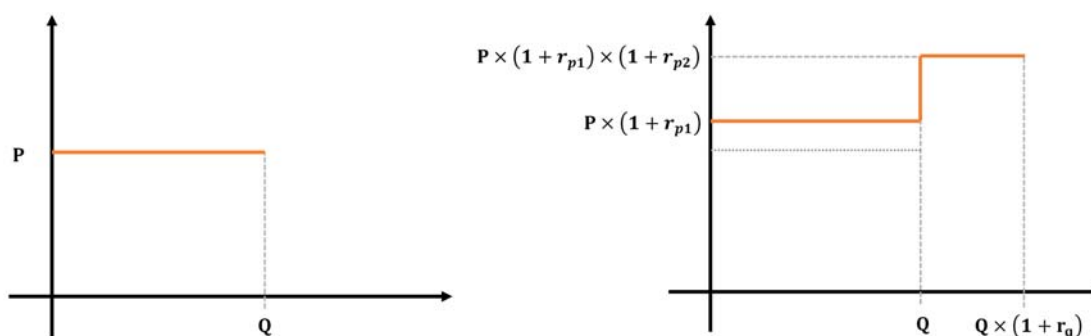
Na prática, nota-se que os clusters são criados de forma totalmente abstrata – embora seja possível identificar *ex post* quais clusters correspondem a preços mais altos ou preços mais baixos, isto não é parte da formulação da metodologia. A partir do momento que são identificados, os clusters são utilizados em todas as formulações de maximização de lucro dos agentes participantes.

3.3.3 Inicialização de wizard de oferta (“GuessBid”)

O papel da etapa GuessBid é converter um dado de preço e quantidade em uma *curva de oferta* preço-quantidade utilizando um procedimento simples (isto é, sem envolver nenhum tipo de procedimento iterativo ou problema de otimização). Nota-se que, caso sejam selecionados parâmetros adequados para esta construção simplificada, o processo de convergência pode ser acelerado.

O funcionamento chave da metodologia desde módulo se dá por meio da aplicação de três parâmetros de *markup*, dois associados ao preço e um associado às quantidades. O resultado deste procedimento é uma curva de oferta com dois patamares, como ilustrado na Figura 7. Nota-se que o ponto de partida para a aplicação do GuessBid é um par preço-quantidade, que pode ser interpretado como um único patamar de uma curva de oferta (como representado na imagem à esquerda da Figura 7). A quantidade do primeiro segmento de oferta construído pelo GuessBid é sempre igual à quantidade de referência Q , enquanto o preço é determinado pelo preço de referência P com a aplicação de um *markup* r_{p1} ¹⁰. A quantidade ofertada no segundo patamar é regida pelo parâmetro r_q : um parâmetro r_q igual a zero indica que nenhum montante adicional é ofertado neste patamar, enquanto um parâmetro r_q igual a 100% implica que uma hidrelétrica está disposta a ofertar toda a sua potência disponível no segundo patamar independentemente da quantidade de referência Q . Já o preço do segundo patamar é determinado pela combinação dos markups r_{p1} e r_{p2} : a existência de um segundo parâmetro de markup permite a diferenciação de preço entre os dois patamares.

Figura 7 – Representação visual da curva de oferta construída pelo módulo de wizard de oferta GuessBid



Uma sofisticação adicional aplicada pelo módulo GuessBid para ofertas de hidrelétricas é ajustar as quantidades ofertadas no segundo segmento de acordo com limitações físicas e a oferta no primeiro segmento. Em particular, o modelo considera a água disponível em determinado período (igual ao volume disponível ao final do período mais a água vertida no período em questão) e a potência disponível como limites adicionalmente ao parâmetro r_q para construir a curva de oferta.

No procedimento iterativo do OptNash, o módulo GuessBid é utilizado em dois momentos. O primeiro momento corresponde à “iteração zero”, antes que seja solucionado qualquer tipo de problema de maximização de lucro dos agentes (vide seção 3.3.5), o que permite obter um conjunto de curvas de quantidade-preço por agente $\{E_{mjh}, P_{mjh}\}$ que podem ser usadas na etapa de fechamento de mercado (vide seção 3.3.4). Já o segundo momento, que ocorre reiteradamente em todas as iterações do modelo (e não apenas nos passos iniciais), corresponde à representação dos agentes tomadores de preço, que também deve ser traduzida em uma curva de oferta preço-quantidade para efeito da representação da função lucro dos agentes formadores de preço – como será explorado na seção 3.3.5.

3.3.4 Fechamento de mercado e liquidação (“Clearing”)

O conceito de fechamento de mercado foi introduzido na seção 2.2.2. Nota-se que, uma vez que a estratégia de oferta dos agentes tenha sido sintetizada em uma curva de preços e quantidades (seja

¹⁰ Ou, de forma equivalente, um multiplicador $(1 + r_{p1})$.

utilizando a metodologia apresentada na seção 3.3.3 ou a apresentada na seção 3.3.6), em princípio seria possível para o operador central abstrair toda e qualquer representação *intertemporal* da operação do sistema e solucionar unicamente o problema intratemporal cujos dados de entrada são os preços e quantidades de cada agente em cada segmento. Isto porque toda a complexidade do problema intertemporal teria sido internalizada pelas estratégias de oferta dos agentes (implicitamente, os efeitos de volume armazenado e função de custo futuro a cada etapa estariam sendo considerados pelos agentes ao submeter as curvas $\{E_{mjh}, P_{mjh}\}$ ao operador).

Na prática, entretanto, a realização de um Clearing simplificado com estas características requer que toda decisão intertemporal caiba aos agentes formadores de preço (para que elas estejam devidamente incorporadas nas estratégias destes agentes). Como discutido na seção 3.2.2, entretanto, de um modo geral é de se esperar que uma parcela significativa da capacidade de armazenamento (físico ou virtual) do sistema esteja em mãos de agentes pulverizados, para os quais o custo computacional de se representar explicitamente a sua estratégia não se justifica.

A solução adotada na implementação do modelo de equilíbrio de Nash desenvolvido é a realização de um fechamento de mercado “dinâmico”, em que a representação de todos os ativos não alocados a nenhum agente explícito é incorporada e representada como uma minimização de custos clássica. Com isto, introduzimos a notação, $\mathcal{J}_0 = \mathcal{J} \setminus (\cup_{b \in \mathcal{B}} \mathcal{J}(b))$ para representar o conjunto de ativos não alocados a nenhum agente¹¹, e o problema de Clearing pode ser escrito como em (17) a seguir. Nota-se que apenas as variáveis de estado correspondentes ao conjunto de hidrelétricas não alocadas a nenhum agente $\mathcal{J}_0^H$ são representadas neste problema. Na prática, esta representação é de um problema *misto*, em que o fechamento de mercado é feito ao mesmo tempo que a alocação de produção dos agentes tomadores de preço (em resposta às estratégias de oferta elaboradas por estes).

Vale destacar algumas das diferenças mais importantes entre a representação dos geradores com proprietários formadores de preço e os geradores tomadores de preço cuja operação é determinada na etapa de Clearing. Por exemplo, a variável e_{mjh} para os agentes formadores de preço representa um montante de oferta aceita em cada segmento $m \in \mathcal{M}(j)$, ao passo que a variável $\tilde{e}_{jh}$ para agentes tomadores de preço representa uma geração física diretamente e não é indexada por segmento de oferta. Adicionalmente, enquanto o conjunto $\mathcal{J}_0$ representa efetivamente ativos físicos individuais, o conjunto $\mathcal{J} \setminus \mathcal{J}_0$ representa ativos físicos *agregados*, já que não é necessário para o operador do sistema nesta etapa de fechamento de mercado conhecer o detalhe da operação do agente formador de preços (que pode ter autonomia para operar o seu próprio parque gerador, cujas restrições já estariam devidamente incorporadas na sua estratégia de oferta). Com isto, a representação de apenas um agente agregado para cada $\mathcal{J}(b, s) \neq \emptyset$ seria suficiente para especificar totalmente o sistema. Nota-se que esta representação para efeitos do modelo de otimização de ativos físicos agregados não tem qualquer relação com a proposta de desenho de mecanismo, que envolveria ainda a representação detalhada de ativos individuais (analogamente ao colocado na seção 3.2).

$$z_t \left(\{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}_0^H}, a_t, c^0 \right) = \quad (17a)$$

¹¹ E, analogamente, $\mathcal{J}_0^H = \mathcal{J}^H \setminus (\cup_{b \in \mathcal{B}} \mathcal{J}^H(b))$ para as hidrelétricas não alocadas a nenhum agente

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{h \in \mathcal{H}(t)} \left(\sum_{\substack{j \in \mathcal{J} \setminus \mathcal{J}_0 \\ m \in \mathcal{M}(j)}} P_{mjh} e_{mjh} + \sum_{j \in \mathcal{J}_0} \mathbb{C}_j(\tilde{e}_{jh}) \right) + \left(\frac{1}{1+\rho} \right) \sum_{c \in \mathcal{C}} M_{c^0 c} \frac{1}{|Q(c)|} \sum_{q \in Q(c)} z_{(t+1)qc} \\
 \text{s. t.} \quad & \sum_{\substack{j \in \mathcal{J}(s) \\ m \in \mathcal{M}(j)}} e_{mjh} + \sum_{\hat{s} \in \mathcal{S}} (f_{s\hat{s}h} - f_{\hat{s}s h}) = D_{sh} \quad \forall s \in \mathcal{S}, h \in \mathcal{H}(t) \quad (17b) \\
 & 0 \leq x_{mjh} \leq 1 \quad \forall j \in \mathcal{J} \setminus \mathcal{J}_0, m \in \mathcal{M}(j), h \in \mathcal{H}(t) \quad (17c) \\
 & 0 \leq \tilde{x}_{jh} \leq 1 \quad \forall j \in \mathcal{J}_0, h \in \mathcal{H}(t) \quad (17d) \\
 & e_{mjh} = E_{mjh} x_{mjh} \quad \forall j \in \mathcal{J} \setminus \mathcal{J}_0, m \in \mathcal{M}(j), h \in \mathcal{H}(t) \quad (17e) \\
 & \tilde{e}_{jh} = \tilde{E}_{jh} \tilde{x}_{jh} \quad \forall j \in \mathcal{J}_0, h \in \mathcal{H}(t) \quad (17f) \\
 & \mathbb{L} \left(\{e_{mjh}\}_{mjh}, \{\tilde{e}_{jh}\}_{jh}, \{f_{s\hat{s}h}\}_{s\hat{s}h}, \{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}_0^H}, \{v_{jt}\}_{j \in \mathcal{J}_0^H}, a_t \right) \leq 0 \quad (17g) \\
 & v_{jt} = \mathbb{V}_j \left(\{e_{mjh}\}_{mjh}, \{\tilde{e}_{jh}\}_{jh}, \{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}_0^H}, a_t \right) \quad \forall j \in \mathcal{J}_0^H \quad (17h) \\
 & a_{(t+1)qc} = \mathbb{A}(a_t, \xi_q, c) \quad \forall q \in Q(c), c \in \mathcal{C} \quad (17i) \\
 & z_{(t+1)qc} \geq \phi_{n,c,t+1}^0 + \phi_{n,c,t+1}^A \cdot a_{(t+1)qc} + \sum_{j \in \mathcal{J}_0^H} \phi_{n,c,t+1,j}^V \cdot v_{jt} \quad \forall n \in \mathcal{N}, q \in Q(c), c \in \mathcal{C} \quad (17j)
 \end{aligned}$$

Devido à estratégia de agentes agregados $j \in \mathcal{J} \setminus \mathcal{J}_0$ para a representação dos agentes formadores de preço, há ainda uma última etapa necessária no módulo de Clearing, para traduzir as quantidades de oferta aceita dos agentes agregados em gerações físicas efetivas dos ativos de cada proprietário. Tal processo resulta uma operação fisicamente coerente para todos os geradores do sistema, respeitando o balanço hídrico e as limitações físicas individuais das usinas (dentro das limitações da estratégia de representação do modelo – por exemplo, como apresentado na seção 3.2.1, os resultados de geração hidrelétrica são apresentados apenas no nível de agregação por reservatório virtual).

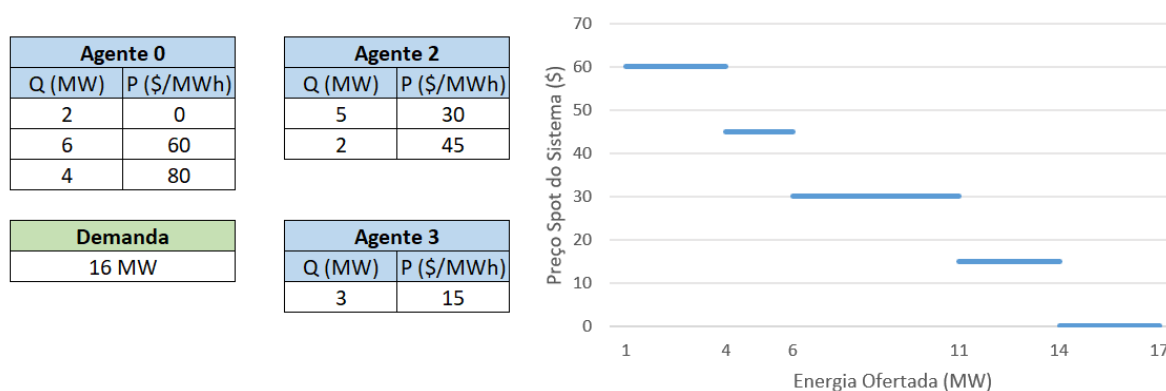
3.3.5 Otimização do lucro intertemporal dos agentes (“NashBid”)

Uma das principais componentes do modelo de equilíbrio de Nash é o módulo NashBid, responsável por solucionar o problema de maximização de lucro intertemporal dos agentes detentores de hidrelétricas com reservatório – o problema introduzido na seção 2.3.3. Como apresentado na seção 2.5.5, este é um problema de otimização que apresenta algumas patologias inerentes, tal como uma função objetivo não convexa. A estratégia de implementação adotada para o software desenvolvido no presente projeto de P&D é inspirada por (Flach et al., 2010; Garcia & Chabar, 2016).

Um primeiro dado de entrada importante para o módulo NashBid é que as estratégias de todos os outros agentes devem ser representadas por meio de curvas preço-quantidade (já incorporando implicitamente qualquer informação de intertemporalidade nessas curvas quando necessário). Combinando as curvas de oferta dos outros agentes com a demanda a ser atendida, o agente pode estimar o preço de equilíbrio em cada cenário em função da quantidade que ele mesmo oferta. Este procedimento é ilustrado na Figura 8. Nota-se que a curva é construída usando as ofertas de todos os outros agentes que não o agente

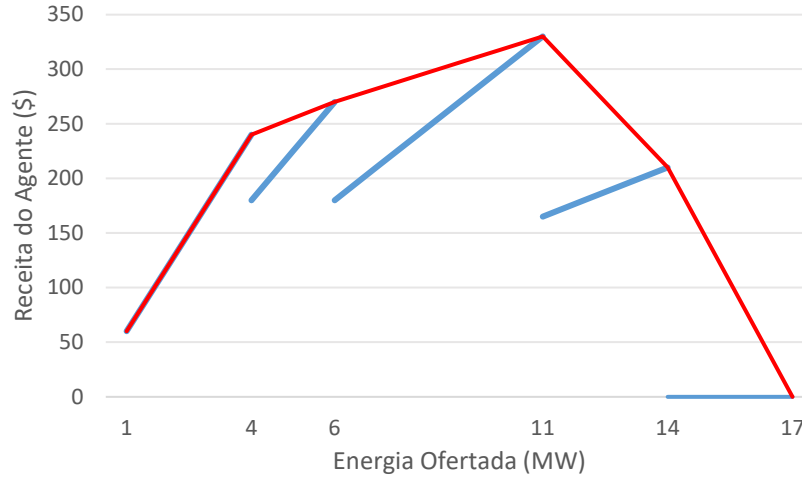
1 (no caso, os agentes formadores de preço 2 e 3, além do agente 0 que, por convenção, representa os agentes tomadores de preço). Caso o agente 1 não oferte nenhuma quantidade de energia, nota-se que as ofertas a preço igual ou menor que 60 R\$/MWh são suficientes para atender à totalidade da demanda (mas as ofertas a preço estritamente menor do que este valor são insuficientes), de modo que este é o preço de equilíbrio quando o montante de energia ofertado é igual a zero. À medida que a quantidade ofertada pelo agente 1 aumenta, mais ofertas são deslocadas, o que permite construir toda a curva apresentada do lado direito da Figura 8. Nota-se que a curva preço-quantidade do agente tomador de preço sempre vem do módulo GuessBid (vide seção 3.3.3), enquanto as curvas dos agentes competidores formadores de preço podem vir do módulo GuessBid (na iteração zero) ou do OptBid (em iterações subsequentes – vide seção 3.3.6).

Figura 8 – Ilustrativo do procedimento de estimativa do preço de equilíbrio em função da oferta do agente 1



Como apresentado na seção 2.5.5, entretanto, quando se tenta construir uma curva para a receita do agente 1 com base na curva de preços da Figura 8, chega-se a uma representação fortemente não convexa, o que dificulta a aplicação de técnicas de programação dinâmica estocástica para a otimização intertemporal. Apesar desta dificuldade (que significa que não há garantias de que a estratégia ótima intertemporal do agente ofertante seja de fato alcançada), seguindo as experiências reportadas por (Flach et al., 2010; Garcia & Chabar, 2016), optou-se por substituir a representação da função lucro com característica “dente de serra” (como descrito na seção 2.5.5) pela sua *envoltória convexa*, como ilustrado na Figura 9. A função original é apresentada em azul e a sua envoltória convexa em vermelho, e nota-se que a envoltória convexa é maior ou igual à função lucro real em todos os pontos – o que poderia levar a uma representação otimista do lucro futuro. Por outro lado, caso o agente formador de preços tenha de fato a capacidade de influenciar os preços do sistema, é de se esperar que a sua decisão ótima o posicione em um nível da curva próximo ao ponto em que o preço cairia para um patamar mais baixo – que correspondem aos vértices da envoltória convexa (pontos em que a envoltória convexa coincide com a curva de lucro original). Consequentemente, esta é uma estratégia de representação que merece ser explorada.

Figura 9 – A função lucro do agente 1 e sua aproximação por envoltória convexa



Consequentemente, a formulação do problema de otimização dos agentes é como apresentada em (19). Nota-se que esta é fundamentalmente a mesma representação da seção 2.5.4, exceto que o termo da função objetivo em $e \times \mathbb{P}$ foi substituída pela variável de decisão r , que por sua vez é definida pela sua envoltória convexa na restrição (19h) como um conjunto de restrições lineares que emulam a representação da Figura 9. Os parâmetros φ destas restrições lineares são identificados como parte do próprio módulo NashBid a partir das curvas de oferta dos outros agentes, usando o procedimento descrito acima. Nota-se que o módulo NashBid realiza a otimização de todos os períodos do horizonte de análise para um agente antes de seguir para o agente seguinte. O resultado desta otimização são os parâmetros uma “função de lucro futuro” intertemporal e estratégica, que pode utilizada para a elaboração de uma nova estratégia de oferta.

$$z_{b,t}(\{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H(b)}, a_t, c^0) = \quad (18a)$$

$$\min - \sum_{\substack{j \in \mathcal{J}(b) \\ h \in \mathcal{H}(t)}} r_{jh} + \sum_{\substack{j \in \mathcal{J}(b) \\ h \in \mathcal{H}(t)}} \mathbb{C}_j(e_{jh}, a_t, c^0) + \left(\frac{1}{1+\rho}\right) \sum_{c \in \mathcal{C}} M_{c^0 c} \frac{1}{|Q(c)|} \sum_{q \in Q(c)} z_{b(t+1)qc} \quad (18b)$$

$$0 \leq x_{jh} \leq 1 \quad \forall j \in \mathcal{J}(b), h \in \mathcal{H}(t) \quad (18c)$$

$$e_{jh} = \tilde{E}_j x_{jh} \quad \forall j \in \mathcal{J}(b), h \in \mathcal{H}(t) \quad (18d)$$

$$\mathbb{L}_b(\{e_{jh}\}_{j \in \mathcal{J}(b), h \in \mathcal{H}(t)}, \{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H(b)}, \{v_{jt}\}_{j \in \mathcal{J}^H(b)}, a_t) \leq 0 \quad (18e)$$

$$v_{jt} = \mathbb{V}_j(\{e_{jh}\}_{jh}, \{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H(b)}, a_t) \quad \forall j \in \mathcal{J}^H(b) \quad (18f)$$

$$a_{(t+1)qc} = \mathbb{A}(a_t, \xi_q, c) \quad \forall q \in Q(c), c \in \mathcal{C} \quad (18g)$$

$$z_{b(t+1)qc} \geq \phi_{n,c,t+1}^0 + \phi_{n,c,t+1}^A a_{(t+1)qc} + \sum_{j \in \mathcal{J}^H(b)} \phi_{n,c,t+1,j}^V v_{jt} \quad \forall n \in \mathcal{N}, q \in Q(c), c \in \mathcal{C} \quad (18g)$$

$$r_{jh} \leq \varphi_{bkt}^0 + \varphi_{bkt}^E e_{jh} \quad \forall j \in \mathcal{J}(b), h \in \mathcal{H}(t), k \in \mathcal{K}(b) \quad (198h)$$

3.3.6 Ofertas preço-quantidade (“OptBid”)

O objetivo do módulo OptBid é converter as preferências intertemporais extraídas do módulo NashBid (vide seção 3.3.5) novamente em curvas preço-quantidade que sintetizem as estratégias dos agentes formadores de preço e que possam ser usados como insumo para os módulos de Clearing e NashBid de iterações subsequentes (vide seções 3.3.4 e 3.3.5). O procedimento utilizado na prática por este módulo pode ser dividido em duas etapas: na primeira, escolhe-se o número de patamares $|\mathcal{M}|$ que se deseja criar e os níveis de preço “candidatos” P_m para cada um deles; enquanto a segunda etapa envolve a determinação das quantidades ofertadas E_m por meio de um problema de otimização. Na prática, os preços e quantidades são definidos em cada simulação (envolvendo um agente b e um período t) para cada ativo representado j e para cada intervalo temporal h .

No módulo OptBid, optou-se por construir um número relativamente grande de patamares de preço candidatos P_m , correspondendo (i) ao custo variável unitário de cada uma das térmicas disponíveis no sistema (correspondendo à derivada da função custo $\mathbb{C}$) e (ii) a todos os valores de preço de equilíbrio Π obtidos na etapa de Clearing da iteração anterior (vide seção 3.3.4), usados como insumo pelo OptBid. Esta estratégia de definição dos patamares de preço P_m permite alto grau de flexibilidade na construção da curva de oferta dos agentes – já que sempre é possível determinar $E_m = 0$ na segunda etapa caso seja mais proveitoso para o agente não ofertar a determinado preço. Embora qualquer mecanismo de seleção dos preços candidatos tenha limitações inerentes (não é possível, por exemplo, ofertar preços imediatamente acima ou imediatamente abaixo de outro preço de referência com granularidade ilimitada), a metodologia proposta mostrou-se bastante eficaz na prática.

Para a construção do problema de otimização para determinação das quantidades de oferta ótimas, resolve-se um problema de maximização de lucro sob-incerteza, em que a principal variável de decisão é a quantidade a ser ofertada. Em particular, a característica intertemporal do problema é representada de acordo com a representação alcançada na última iteração do módulo NashBid, de modo que o módulo OptBid envolve a representação de um único problema de otimização para cada etapa e para cada agente (sem a necessidade de um procedimento iterativo). Além disso, as seguintes hipóteses simplificadoras são cruciais para a representação da função objetivo dos agentes:

- As decisões de aceite ou não das ofertas do agente são dadas integralmente pelos preços de equilíbrio Π_{shp} em cada série amostral p , submercado s e divisão temporal h . Este vetor de preços é um dado de saída da simulação de Clearing da iteração de equilíbrio k , anterior, e torna-se um dado de entrada do ponto de vista do OptBid (como ilustrado no fluxograma da seção 3.1). Nota-se em particular que não se utiliza nenhuma informação a respeito da estratégia de oferta dos outros agentes de mercado nesta etapa.
- Para determinar a quantidade vendida pelo agente ofertante em determinado segmento, basta comparar o preço de oferta do segmento em questão P_{mjh} com o preço de equilíbrio Π_{psh} . Se $P_{mjh} \leq \Pi_{psh}$, a oferta é relativamente barata se comparada aos preços de mercado, e portanto é vantajoso para o operador central aceitá-la (a quantidade aceita é igual à quantidade total ofertada E_{mjh}). Caso contrário, a oferta é relativamente cara, e a quantidade vendida é igual a

zero. Esta informação é sintetizada com um novo dado de entrada, a variável I_{mjhp} – que é igual a 1 se $P_{mjh} \leq \Pi_{shp}$ e igual a zero se $P_{mjh} > \Pi_{shp}$.

- Além disso, introduzimos um elemento de *incerteza* à representação do módulo OptBid: na prática, a curva de oferta construída para o agente deve ser capaz de representar bem a estratégia ótima não apenas para uma única realização q das variáveis estocásticas, mas também para outras realizações similarmente prováveis (isto é, pertencentes ao mesmo *cluster* – vide seção 3.3.2). A razão para isto é evitar a solução degenerada que resulta para a curva de oferta quando não há incerteza sobre o estado do sistema (já que, como apresentado na seção 2.3.4, nesses casos apenas um único ponto da curva de oferta, correspondendo ao equilíbrio, pode ser observado).
- Embora seja necessário contemplar diferentes cenários $p \in \mathcal{P}(c^0)$ no problema de otimização como descrito acima, nota-se que para efeito de representação da função de custo futuro z considera-se apenas um dado “privilegiado” notacionado como $p = 0$ (e que é diferente para cada um dos cenários amostrais da série forward usados na PDDE, como descrito na seção 2.5.2). Isto significa que ainda haveria variação entre múltiplos cenários que pertencem ao mesmo cluster, graças aos diferentes volumes iniciais e cenários de afluência (embora estejam associados ao mesmo conjunto $\mathcal{P}(c^0)$).

O problema de otimização construído a partir deste procedimento é apresentado em (19). É importante lembrar que a representação da variável de decisão e_{mjh} neste problema representa o *montante ofertado máximo* em cada segmento, e portanto guarda relação mais próxima com a variável E_{mjh} nas representações dos problemas de otimização nas seções 3.3.3 e 3.3.4. A variável de “oferta aceita”, por sua vez, é aproximada no problema (19) pelo produto $e_{mjh} \cdot I_{mjhp}$.

$$\begin{aligned}
 & z_{b,t}(\{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H(b)}, a_t, c^0) = \\
 & \min \frac{1}{|\mathcal{P}(c^0)|} \sum_{p \in \mathcal{P}(c^0)} \left[- \sum_{\substack{j \in \mathcal{J}(b) \\ h \in \mathcal{H}(t) \\ m \in \mathcal{M}(j)}} e_{mjh} \cdot I_{mjhp} \cdot \Pi_{psh} + \sum_{\substack{j \in \mathcal{J}(b) \\ h \in \mathcal{H}(t)}} \mathbb{C}_j \left(\sum_{m \in \mathcal{M}(j)} e_{mjh} \cdot I_{mjhp}, a_t, c^0 \right) \right] \quad (19a) \\
 & \quad + \left(\frac{1}{1 + \rho} \right) \sum_{c \in \mathcal{C}} M_{c^0 c} \frac{1}{|\mathcal{Q}(c)|} \sum_{q \in \mathcal{Q}(c)} z_{b(t+1)qc} \\
 & \quad 0 \leq x_{mjh} \leq 1 \quad \forall m \in \mathcal{M}(j), j \in \mathcal{J}(b), h \in \mathcal{H}(t) \quad (19b) \\
 & \quad e_{mjh} \leq \tilde{E}_{jh} \quad \forall m \in \mathcal{M}(j), j \in \mathcal{J}(b), h \in \mathcal{H}(t) \quad (19c) \\
 & \quad \mathbb{L}_b(\{e_{mjh} \cdot I_{mjhp}\}_{j \in \mathcal{J}(b), h \in \mathcal{H}(t)}, \{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H(b)}, \{v_{jtp}\}_{j \in \mathcal{J}^H(b)}, a_t) \leq 0 \quad \forall p \in \mathcal{P}(c^0) \quad (19d) \\
 & \quad v_{jtp} = \mathbb{V}_j(\{e_{mjh} \cdot I_{mjhp}\}_{mjh}, \{v_{jt}^0\}_{j \in \mathcal{J}^H(b)}, a_t) \quad \forall j \in \mathcal{J}^H(b), p \in \mathcal{P}(c^0) \quad (19e) \\
 & \quad a_{(t+1)qc} = \mathbb{A}(a_t, \xi_q, c) \quad \forall q \in \mathcal{Q}(c), c \in \mathcal{C} \quad (19f)
 \end{aligned}$$

$$z_{b(t+1)qc} \geq \phi_{n,c,t+1}^0 + \phi_{n,c,t+1}^A a_{(t+1)qc} + \sum_{j \in \mathcal{J}^H(b)} \phi_{n,c,t+1,j}^V v_{jt0} \quad \forall n \in \mathcal{N}, q \in \mathcal{Q}(c), c \in \mathcal{C} \quad (19g)$$

3.4 Uso do software

O Optnash é um modelo de uso de uso livre cujo download pode ser realizado no repositório <https://www.dropbox.com/sh/mwi5fpj9mrptxg0/AACRHPHlK-BI4MwdZZHoSnCRa?dl=0>.

Antes de disparar o modelo, o usuário deve assegurar-se que possui uma pasta (que será denominada “Pasta_do_Caso” ao longo desta seção) que contenha todos os arquivos de dados de entrada necessários para a execução do modelo. Tais arquivos serão melhor detalhados na seção 3.5, e incluem:

- Arquivos de cadastro e configuração da base de dados, contendo por exemplo a lista de submercados, dados de demanda e unidades geradoras de diferentes tecnologias com seus respectivos parâmetros técnicos. Estes arquivos são gerados automaticamente pelo software BidModelsConverter (detalhado no capítulo 4).
- Arquivos de dados específicos para o OptNash, que envolvem opções de execução e informações sobre os agentes proprietários. As características destes arquivos são detalhadas na seção 3.5. Nota-se que uma versão inicial destes arquivos é também gerada pelo software BidModelsConverter, embora seja recomendado examinar estas informações mais de perto.
- Arquivos necessários para a etapa inicial da execução do modelo OptNash, como apresentado na seção 3.3.1 e detalhado na seção 3.5.5.

Depois de preparar os dados de entrada e instalar o software, o usuário estará pronto para realizar simulações com o modelo. Para isso, deverá abrir o *prompt* de comando do seu computador e direcionar para a pasta do caso que foi preparado para a rodada. Assim, quando estiver com o referido caminho selecionado, deverá selecionar o arquivo *runSDDP2.bat* na pasta do Optnash para dar início à rodada, conforme o demonstrado no passo-a-passo abaixo.

1. **Selecione o diretório:** (para mudar do diretório C: para o D:, por exemplo)

```
C:\Users\Pasta_do_Usuário> d:
```

2. **Selecione a pasta do caso:**

```
D:\> cd Pasta_do_Caso
```

3. **Execute o arquivo:**

```
D:\Pasta_do_Caso> D:\Pasta_do_Executável\runSDDP2.bat
```

3.5 Formatos de dados de entrada

3.5.1 Dados de cadastro da base de dados física

Os dados físicos do sistema a ser simulado incluem uma série de informações, tais como a lista de submercados e interconexões entre eles, os dados de demanda e das diferentes unidades geradoras (de diferentes tecnologias) com seus respectivos parâmetros técnicos. Estes arquivos seguem o mesmo padrão do software comercial SDDP¹² (que, por sua vez, foi também o mesmo padrão utilizado pelo

¹² Mais detalhes podem ser encontrados em <https://www.psr-inc.com/software/?current=p4026>

BidBasedDispatch) e são gerados automaticamente pelo software BidModelsConverter (detalhado no capítulo 4). Nota-se que é possível utilizar a interface gráfica do software comercial SDDP para visualização e edição de todos estes dados de cadastro (que representam um conjunto de dados complexo e necessário para a execução do software). Mesmo sem adquirir uma licença do software SDDP, é possível baixar o software para uso exclusivamente como uma ferramenta de visualização de dados (embora a execução do modelo para buscar a operação ótima do sistema não seja permitida). Adicionalmente, os manuais do usuário do SDDP podem ser utilizados para esclarecer qualquer dúvida a respeito dos formatos de dados e informações lidas pelo modelo: a Tabela 3 apresenta uma síntese dos dados de entrada considerados pelo OptNash na representação da base de dados física (com algumas simplificações), em que em cada linha o indicador [XX] deve ser interpretado como uma representação de cada um dos códigos de submercados informados no arquivo *sistem.dat* (trata-se sempre de um código de duas letras, como por exemplo “su” ou “ne”).

Tabela 3 – Principais arquivos que compõem o cadastro da base de dados física

Nome do Arquivo
<i>sddp.dat</i>
<i>sistem.dat</i>
<i>chidro[XX].dat</i>
<i>ctermi[XX].dat</i>
<i>cgnd[XX].dat</i>
<i>clouds[XX].dat</i>
<i>interc.dat</i>
<i>csumint.dat</i>
<i>gndsite[XX].dat</i>
<i>blrenw003[XX].dat</i>
<i>deme03[XX].dat</i>
<i>durfix003.dat</i>
<i>duvame03.dat</i>
<i>htopol.dat</i>
<i>hinflw.dat</i>

Vale destacar que a possibilidade de uso da interface do SDDP representa uma *facilidade adicional* oferecida para usuários de ambos os softwares, e não uma limitação para os usuários que não tenham esta licença. O projeto de P&D foi construído desde o princípio com o paradigma de que nenhuma outra ferramenta seria requerida para a execução do software OptNash, de modo que foi feito um esforço para flexibilizar a integração do OptNash com outras ferramentas. Em particular, como será explorado no capítulo 4, há uma integração explícita com os modelos oficiais atualmente em uso no setor elétrico brasileiro.

3.5.2 Dados de agentes proprietários

Como o modelo desenvolvido no escopo deste relatório consiste em um jogo não cooperativo em que a quantidade de ativos em posse dos agentes é relevante, assim como seu poder de mercado, ele requer que o usuário especifique os ofertantes e os ativos dos quais eles são proprietários. Além disso, é

necessário discriminar os agentes como tomadores ou formadores de preço a fim de direcionar o comportamento deles de acordo com características reais do mercado em questão.

Esclarecido esse ponto, as informações supracitadas devem ser definidas no arquivo *agents.dat*. Nele, o usuário pode definir cada agente que deseja incluir no jogo de estratégias iterativas, informando se ele é formador ou tomador de preços. Além disso, os ativos dos quais os ofertantes especificados são proprietários também devem ser detalhados no mesmo arquivo, assim como informações de contratos envolvendo cada participante, fatores de markup sobre preços e quantidades ofertados e fatores de aversão a risco referentes a cada ofertante do mercado em questão.

3.5.3 Dados de contratos de energia

Além dos dados obrigatórios a qualquer simulação do Optnash, rodadas que envolvam contratação de energia exigem dados adicionais de preços e quantidades para orientar o modelo sobre como realizar as liquidações financeiras dos agentes, o que influencia diretamente na decisão de geração.

3.5.4 Dados de opções de execução

O segundo arquivo de configurações essencial para uma rodada do OptNash é o *sddpconfig.dat*, onde o usuário deverá definir configurações gerais da rodada do modelo, como apresentado na Tabela 4.

Tabela 4 - Opções de Configuração no *sddpconfig.dat*

Nome da Opção	Sugestão Padrão	Descrição
Clusters	10	Número de clusters utilizado pela etapa de Clustering
MaxAgents	-	Máximo de agentes considerados na rodada Optnash
MaxIterMarketSim	3	Máximo de processos iterativos de equilíbrio envolvendo o NashBid e o OptBid
GuessBidMarkupBase	0	<i>Markup</i> , em %, padrão dos agentes no primeiro segmento de ofertas
GuessBidMarkup	0	<i>Markup</i> , em %, padrão dos agentes no segundo segmento de ofertas. Este parâmetro é cumulativo com o <i>Markup</i> do primeiro segmento
GuessBidExtra	0	Quantidade padrão, em %, das ofertas dos agentes no segundo segmento
MarketMinCostInit	0	Se o usuário possuir uma licença do software comercial SDDP, poderá utilizar MarketMinCost = 1 como uma facilidade para executar o modelo

3.5.5 Dados de modelos auxiliares

Como apresentado na seção 3.3.1, a execução do modelo OptBid necessita de algumas informações como dado de entrada que tipicamente devem ser geradas por modelos auxiliares. Em particular, são necessários arquivos correspondentes aos cenários de vazão *forward* e *backward* para uso no algoritmo

da PDDE. Estes arquivos são gerados automaticamente pelo software BidModelsConverter, como apresentado na seção 4.2.2.

São necessários ainda os arquivos correspondentes aos resultados de uma simulação de mercado com o objetivo de minimização de custo executada previamente, como detalhado no Anexo 3. Estes arquivos não são, de um modo geral, gerados automaticamente pelo software BidModelsConverter. Entretanto, são oferecidas quatro possíveis estratégias aos usuários para a geração de tais dados de entrada (de natureza bastante complexa) com alguma facilidade:

- Primeiramente, nota-se que o modelo ainda é capaz de funcionar mesmo sem estes dados de entrada (embora uma convergência significativamente mais lenta possa ser esperada). Consequentemente, tal opção sempre pode ser adotada em último caso.
- Foram disponibilizadas os resultados de uma rodada de minimização de custo realizada com o software SDDP para um caso exemplo realista e representativo do sistema elétrico brasileiro (que será explorado em mais detalhe no capítulo 5). Este caso exemplo pode ser usado para diversos testes e explorações do modelo de equilíbrio – já que, em particular, o número e a composição dos agentes proprietários formadores de preço não tem qualquer efeito sobre a otimização por minimização de custo.
- Para usuários que possuam a licença do SDDP e desejem utilizá-lo em conjunto com o OptNash, também está disponível uma facilidade para integração automática dos dois modelos.
- É possível integrar qualquer outro software de minimização de custo ao OptNash (por exemplo o NEWAVE, usado oficialmente no setor elétrico brasileiro), desde que seja feito uma conversão dos dados de saída para o formato dos dados de entrada esperados pelo OptNash (vide Anexo 3).

4 INTEGRAÇÃO COM O CONVERSOR DE DADOS

Originalmente, no âmbito do presente projeto de P&D, estava previsto que fosse disponibilizado um mecanismo para facilitar o diálogo entre os modelos desenvolvidos para a representação do mercado baseado em ofertas e as bases de dados dos softwares oficiais utilizados no sistema elétrico brasileiro. Com o passar do tempo, levando em conta a variedade de diferentes processos que precisariam ser contemplados (como detalhado na seção 4.2) e a intenção de viabilizar de fato o uso amplo dos softwares desenvolvidos no âmbito do presente P&D por diferentes tipos de usuário, concluiu-se que seria necessário a disponibilização do conversor de dados como um software adicional independente. Com isto, o modelo passou a ser denominado BidModelsConverter, e foram desenvolvidas funcionalidades para que tanto o modelo BidBasedDispatch quanto o modelo OptNash pudessem utilizá-lo como ponto de partida para construir bases de dados representativas da realidade do setor elétrico brasileiro.

4.1 Uso do software

4.1.1 Elementos fundamentais

O BidModelsConverter é um modelo de uso de uso livre cujo download pode ser realizado no repositório <https://www.dropbox.com/t/hfZSSNVX1nGV3fn2>. Similarmente ao OptNash (como introduzido na seção 3.4), este modelo não possui uma interface gráfica e deve ser executado através do *prompt* de comando. Nota-se que o modelo, uma vez executado, solicitará que sejam informadas algumas pastas de dados de entrada, conforme indicado a seguir. Cada um dos caminhos informados no momento da execução do *software* deve apontar para uma pasta do computador do usuário que contenha os dados de entrada esperados pelo modelo, como detalhado na seção 4.1.2. Nota-se que, juntamente com o download do conversor, é disponibilizado também um caso exemplo que pode ser utilizado como ponto de partida para o uso deste software.

Por padrão o software é instalado na pasta **C:\PSR\BidModelsConverter**. Dentro da pasta de instalação haverá uma pasta **exemplo** contendo os dados de exemplo fornecido.

O procedimento para execução do modelo BidModelsConverter é sintetizado a seguir:

1. Execute o arquivo:

```
C:\Users\Pasta_do_Usuário> C:\Pasta_do_Conversor\bidconv.exe
```

2. Informe cada uma das pastas com dados de entrada conforme solicitado pelo conversor:

Entre com o caminho onde estão os dados do Newave:

```
> C:\Pasta_exemplo\NW202112
```

Entre com o caminho onde estão os dados do Dessem:

```
> C:\Pasta_exemplo\DESSEM_CCEE_01jul2021
```

Entre com o caminho onde estão as configurações:

```
> C:\Pasta_exemplo\ped_bid_input
```

Entre com o caminho onde devem ser armazenadas as bases de dados:

```
> C:\Pasta_exemplo\Dados
```

Após a execução do modelo, os dados de saída devem surgir dentro da pasta informada (no exemplo acima, serão criadas pastas dentro do caminho “C:\Pasta_exemplo\Dados”). Mais detalhes sobre os dados de saída são apresentados na seção 4.1.3.

4.1.2 Dados de entrada

A seguir discutimos as informações que o modelo espera encontrar em cada um dos caminhos informados no momento da execução do modelo.

Bases de dados NEWAVE e DESSEM

Os dois primeiros caminhos que devem ser informados ao BidModelsConverter correspondem a pastas que devem conter, respectivamente, uma base de dados NEWAVE (ou DECOMP) e uma base de dados DESSEM. Estes dados serão utilizados para construir a estrutura principal da base de dados, incluindo a lista de unidades geradoras e suas características físicas, os subsistemas e a capacidade de intercâmbio entre eles. Visto que estes arquivos de cadastro são os mesmos em uma base NEWAVE ou em uma base DECOMP, é de se esperar que qualquer uma das duas possa ser usada como ponto de partida pelo conversor – entretanto, vale destacar que a maior parte dos testes realizados utilizou bases de dados NEWAVE.

A base de dados DESSEM tem por objetivo complementar a informação da base de dados NEWAVE no que diz respeito à operação horária do sistema. Em particular, dados de geração renovável e dados de demanda são extraídos da base DESSEM para a representação no software BidBasedDispatch – embora todas as outras informações representadas sejam compatíveis com a base NEWAVE. Cabe ao usuário assegurar-se que as bases NEWAVE e DESSEM informadas como dado de entrada são de fato compatíveis. Evidentemente, encoraja-se que o usuário examine a fundo as bases de dados resultantes do processo de conversão de modo a identificar qualquer possível inconsistência e fazer aprimoramentos de representação (como será explorado na seção 4.3).

Vale destacar que, visto que o OptNash foi idealizado de modo a trabalhar preferencialmente com patamares de carga agregados (como destacado na seção 3.2.3), nenhuma informação da base de dados DESSEM é utilizada na construção da base de dados do OptNash. Este comportamento reforça a sinergia entre os dois modelos desenvolvidos no âmbito do presente projeto de P&D e seus objetivos ligeiramente diferentes, como apresentado na seção 3.2.

Pasta de arquivos de opções de execução

Uma das informações solicitadas pelo BidModelsConverter é uma pasta de arquivos de configuração. Em particular, esta pasta deve conter os seguintes arquivos para que as bases de dados de saída sejam geradas adequadamente:

- Um arquivo options.inf com as opções de execução do próprio modelo conversor. As diferentes opções de execução disponíveis são apresentadas na Tabela 5.
- Uma série de arquivos de dados de entrada que são esperados pelo OptNash (no caso do arquivo “sddpconfig.dat”) ou pelo BidBasedDispatch (no caso dos arquivos que se iniciam com “bidbaseddispatch” e têm extensão “.dat”). Estes arquivos possuem uma estrutura bastante padronizada e independente das bases de dados NEWAVE e DECOMP usadas como dado de entrada, e portanto são essencialmente copiados pelo conversor para as bases de dados de saída.

Embora o conversor seja essencialmente agnóstico ao conteúdo destes arquivos, é importante que eles estejam em linha com as expectativas dos outros dois softwares (como apresentado na seção 3.5 e no Manual do BidBasedDispatch).

- Um arquivo de dados de entrada denominado “agentMarketShare.csv”. Este arquivo é utilizado no procedimento detalhado na seção 4.2.1 para gerar dados de entrada para a base de dados OptNash que sejam condizentes com o fundamento de representação por reservatórios agregados introduzido na seção 3.2.1.
- Dois arquivos de dado de entrada, “ref_offer_price.csv” e “ref_offer_quantity.csv”, que representam uma curva quantidade-preço para a representação do *wizard* das hidrelétricas no modelo BidBasedDispatch. O caminho para criação de uma curva de referência como esta foi apresentado no Entregável 9 do presente projeto de P&D, e na prática envolveria a solução de um problema de otimização auxiliar de minimização de custos (análogo ao que foi apresentado na seção 3.3.1). Evidentemente, o usuário também seria livre para alterar a escolha do *wizard* para representação das ofertas hidrelétricas no modelo BidBasedDispatch, bastando para isso editar a base após criada pelo conversor.

Tabela 5 - Opções de Configuração no *options.inf*

Nome da Opção	Sugestão Padrão	Descrição
HydroO&M	12.77	Custo de O&M que deve ser aplicado às hidrelétricas do caso. No mercado baseado em ofertas, recomenda-se representar este custo como sendo igual à TEO
ForwardSeries	50	Número de cenários “forward” que serão usados na otimização com metodologia PDDE (e portanto o número de amostras que deve ser gerado)
BackwardSeries	15	Número de aberturas “backward” que serão usados na otimização com metodologia PDDE (também sendo necessária a geração de amostras)
FirstYear	2022	Ano inicial para o estudo (ignora a informação do NEWAVE e DESSEM)
OptNash_FirstMonth	1	Mês inicial para o estudo dentro do ano informado (valor de 1 a 12). Este valor é utilizado apenas na base de dados OptNash (etapas de estudo mensais).
BidBasedDispatch_FirstWeek	1	A base de dados BidBasedDispatch considera etapas semanais, e portanto precisa de uma informação separada para o início do estudo (de 1 a 52)
OptNash_StagesTotal	12	Determina o número de meses total contemplado na simulação OptNash. Afeta também o número de amostras geradas

4.1.3 Dados de saída

Com a execução do modelo BidModelsConverter, serão criadas na pasta de “Dados” informada quando o modelo é chamado 3 subpastas. Cada uma destas subpastas contém bases de dados bastante similares – em particular, todas visam aproximar os dados de entrada do caso NEWAVE informado –, porém adaptadas para usos ligeiramente diferentes. Cada subpasta carrega o nome do software mais adaptado para ser executado tomando como dados de entrada os arquivos desta subpasta. Em particular:

- A pasta “BidBasedDispatch” incorpora todas as adaptações necessárias para rodar o software BidBasedDispatch (Laboratório Computacional, detalhado no Entregável 9 do presente projeto de P&D). Em particular, como destacado na seção 3.2, isto implica em uma representação com nível de detalhe horário, horizonte relativamente curto, e com representação explícita da liquidação dupla e do mecanismo de conciliação físico-virtual.
- A pasta “OptNash” que incorpora todas as adaptações necessárias para rodar o software OptNash (Modelo de Equilíbrio de Nash, detalhado no presente entregável). Em particular, como destacado na seção 3.2, isto implica em uma representação com nível de detalhe por blocos (ou patamares de carga), horizonte potencialmente significativamente mais longo, e com representação dos reservatórios virtuais agregados.
- A pasta “SDDP” contém uma representação mais fiel aos dados de entrada da base de dados NEWAVE escolhida como insumo. Esta base pode ser aberta na interface gráfica do software comercial SDDP (que é a mesma interface recomendada para manipulação dos dados do OptNash, como apresentado na seção 3.5.1). Embora esta base não tenha uso específico para a representação de um desenho de mercado baseado em ofertas, ela pode ser usada para validação das manipulações realizadas pelo BidModelsConverter.

Entre as modificações realizadas nas pastas BidBasedDispatch e OptNash estão a criação de novos dados de entrada e a introdução de arquivos obrigatórios para a rodada destes dois modelos. Também há algumas diferenças no formato de definição dos dados de entrada, já que o modelo BidBasedDispatch em particular (por exemplo) requer a representação de dados de demanda e de fator de capacidade renovável fazendo distinção para as estimativas do dia seguinte e as realizações em tempo real.

Além disso, em alguns casos (particularmente para o BidBasedDispatch), algumas informações presentes na base de dados do NEWAVE são suprimidas, já que correspondem a funcionalidades que não foram implementadas até o fechamento da versão 0.1.3 deste software. Por exemplo, o BidBasedDispatch não comporta a representação dos arquivos de restrições de geração genéricas e nem de polinômios para representação do fator de produção das hidrelétricas (cota em função do volume, altura do canal de fuga em função da defluência, e parâmetros similares). Visto que o software BidBasedDispatch foi desenvolvido em código aberto, entretanto, é de se esperar que no futuro funcionalidades adicionais sejam adicionadas – e neste caso, é possível utilizar os dados de entrada (seja diretamente da base NEWAVE ou gerados na pasta SDDP) para adaptar a base de dados para que tais funcionalidades possam ser utilizadas. A estrutura básica de dados de configuração física do sistema é apresentada na seção 3.5.1.

4.1.4 Limitações

É importante destacar que o modelo BidModelsConverter, embora seja disponibilizado como um produto adicional do presente projeto de P&D, só foi testado na versão 27 do NEWAVE e na versão 2 do modelo DESSEM. Visto que o bom funcionamento do BidModelsConverter depende da estrutura de arquivos, funcionalidades e dados de entrada destes dois softwares, não é possível assegurar que este modelo permanecerá robusto com o passar do tempo. Em contraste, sendo os modelos OptNash e BidBasedDispatch mais “autocontidos”, é de se esperar que mantenham as suas funcionalidades independentemente de quaisquer novos desenvolvimentos na suíte oficial de modelos do sistema elétrico brasileiro.

4.2 Processos automáticos do conversor

Como descrito na seção 4.1.3, parte dos procedimentos executados pelo BidModelsConverter corresponde a simples manipulações de dados de modo a atender às estruturas de informação esperadas pelos modelos e assegurar que os dados de entrada obrigatórios dos modelos que se deseja executar posteriormente são atendidos. Além destas manipulações mais simples, entretanto, há dois procedimentos mais complexos e particulares executados pelo software de conversão, que são apresentados a seguir.

4.2.1 Agregação de reservatórios virtuais

Como indicado na seção 3.2.1, o software OptNash foi idealizado de modo a envolver a representação de reservatórios virtuais *agregados* por proprietário e subsistema. Embora o modelo NEWAVE também possua mecanismos para a representação de reservatórios equivalentes (que podem ser considerados análogos aos reservatórios virtuais propostos no mecanismo de preços por oferta), no contexto do BidModelsConverter optou-se por utilizar uma metodologia mais simples e que permite comparação mais direta com a base de dados a usinas individualizadas.

O dado de entrada para o procedimento de agregação é um arquivo denominado “agentMarketShare.csv”, que deve fazer parte da pasta de dados de configuração do modelo BidModelsConverter (vide seção 4.1.2). Este arquivo possui cinco colunas, onde a primeira coluna define os nomes dos agentes e as colunas seguintes (intituladas respectivamente “ne”, “no”, “se”, “su”) indicam a participação de mercado destes agentes em cada um dos quatro submercados brasileiros. Este arquivo pode conter qualquer número de linhas, onde cada linha é interpretada como um agente proprietário de hidrelétricas, e cada uma das colunas deve somar 1 (100% da capacidade hidrelétrica é distribuída entre os agentes representados). A [Figure 4.1.1](#) ilustra como este arquivo foi preenchido para fornecer as informações sobre o percentual do potencial energético, por submercado, de que cada agente nota-se considerado no caso Brasil, apresentado na seção 5, é proprietário.

Figura 10 – AgentMarketShare.csv do caso Brasil apresentado na seção 5

	A	B	C	D	E
1	Nome	ne	no	se	su
2	Eletrobras	0.950472	0.644517	0.231978	0.076498
3	Agente 2	0	0.025802	0.060796	0.293314
4	Agente 3	0	0.040835	0.066497	0
5	Agente 4	0	0	0.072811	0.01288
6	Agente 5	0	0	0.005511	0.246308
7	Agente 6	0	0	0.000649	0.090079
8	Agente 7	0	0	0.211365	0
9	Outros	0.049528	0.288845	0.350395	0.280921

O resultado do procedimento de agregação é que serão criadas 4 hidrelétricas para cada agente (uma em cada submercado), em que tanto a potência instalada quanto a capacidade de armazenamento da hidrelétrica alocada ao agente correspondem à fração informada no arquivo de dados de entrada aplicada aos montantes totais calculados para o submercado como um todo. Desta forma, o cálculo das variáveis relevantes (em particular o armazenamento e as vazões afluentes) agregadas por submercado é a principal função do modelo de agregação. Visto que as grandezas em unidades de volume físico não podem ser agregadas diretamente, utiliza-se o fator de produção médio das hidrelétricas individuais para converter todas as variáveis relevantes em unidades de volume.

4.2.2 Geração de cenários de fluência

Outra funcionalidade disponibilizada pelo BidModelsConverter é a geração automática de cenários amostrais estocásticos para as séries de dados de vazão. Esta funcionalidade permite executar um modelo estatístico com as mesmas características tipicamente utilizadas pelos modelos oficiais utilizados no Brasil (M. E. Maceira et al., 2006), tais como:

- Estimar as vazões *incrementais* a cada posto hidrológico representado;
- Dados de média e desvio-padrão são estimados para cada posto hidrológico e cada mês do ano individualmente, e são calculadas as vazões incrementais reduzidas (subtraindo-se a média e o dividindo pelo desvio-padrão)
- É identificado um modelo periódico autorregressivo para as vazões incrementais reduzidas, em que cada mês do ano pode ter coeficientes independentes. Os coeficientes denotam uma dependência das vazões incrementais reduzidas nos meses anteriores. Até 6 meses anteriores podem ser representados com este coeficiente, mas um critério de informação é usado para dar preferência a modelos mais parcimoniosos (com menos coeficientes de dependência).
- Finalmente, os ruídos remanescentes após contemplado o modelo periódico e autorregressivo são representados por meio de uma distribuição lognormal e com correlação espacial entre os diferentes postos hidrológicos.

Nota-se que, na prática, este modelo estatístico é executado duas vezes: uma sobre a base de dados BidBasedDispatch (que mantém a representação individualizada das usinas físicas e postos de vazão) e uma sobre a base de dados OptNash (que, devido ao procedimento descrito na seção 4.2.1, possui apenas quatro postos de vazão agregados, um para cada submercado).

4.3 Processos manuais que cabem ao usuário

O principal objetivo do modelo BidModelsConverter, de produzir bases de dados prontas para uso pelos modelos BidBasedDispatch e OptNash, foi alcançado – no sentido que estes dois softwares podem ser executados sem erros sobre as bases de dados criadas pelo BidModelsConverter (desde que os dados de entrada do conversor tenham sido informados adequadamente). Entretanto, isto não significa que o resultado destas execuções será uma representação particularmente *realista*, e para isto é imprescindível uma análise mais aprofundada da base de dados que se deseja executar. Na prática, o BidModelsConverter é limitado às informações disponíveis nos seus arquivos de dado de entrada – de modo que a criação de arquivos manuais usando informações externas pode ser relevante, como discutido nas subseções seguintes.

4.3.1 Alocações a agentes proprietários

Em primeiro lugar, é relevante que o usuário do BidModelsConverter tenha conhecimento de que o software de conversão de dados foi desenvolvido para segmentar o montante do potencial de geração do conjunto de usinas hidrelétricas de cada subsistema da base NEWAVE, de acordo com o número de agentes e as suas respectivas parcelas de participação no potencial de oferta hidrelétrica em cada submercado. Como mencionado na subseção 4.2.1, essa informação deve ser fornecida ao modelo por meio do arquivo *agentMarketShare.csv*, responsável por informar a parcela de cada submercado que cabe a cada agente ofertante.

Tais informações são exógenas ao procedimento de conversão do modelo, não tendo nenhuma relação com a base de dados do NEWAVE ou com o algoritmo do BidModelsConverter. Portanto, cabe ao usuário definir a quantidade de agentes que podem ser relevantes para as estratégias iterativas da simulação, bem como o percentual de participação destes em cada submercado. É importante que essas informações sejam cuidadosamente definidas pelo executor do software, com base no seu conhecimento acerca da dinâmica do mercado, uma vez que a implementação de dados equivocados pode distorcer as estratégias de ofertas dos agentes e afetar por completo o equilíbrio de mercado encontrado pelo modelo.

Além disso, o usuário do BidModelsConverter deve ter em mente que o arquivo *agentes.dat* é criado com base no número de agentes informado no arquivo de entrada *sddpconfig.dat*. Considerando a informação deste segundo arquivo, o conversor preenche automaticamente o *agentes.dat* conferindo, por subsistema, uma usina hidrelétrica a cada agente. Apesar da automação no que diz respeito a este tipo de tecnologia, o BidModelsConverter não realiza qualquer procedimento para alocar térmicas e renováveis entre os agentes ofertantes. Assim, cada estação termelétrica e renovável pertencente a um proprietário definido no *agentes.dat* deve ser listada no referido arquivo, cabendo ao usuário a realização desta tarefa.

4.3.2 Dados adicionais e compatibilização com o horizonte de estudo

Como indicado na seção 4.1.2, as principais fontes de informação para construção das bases de dados do Optnash são as bases do NEWAVE e DESSEM fornecidas no início da execução do conversor. Isto significa que quaisquer informações relevantes para o sistema e que não estejam no conjunto de dados NEWAVE e DESSEM precisam ser alteradas manualmente pelo usuário. Desse modo, quando o usuário desejar realizar rodadas com horizontes de estudo diferentes dos estipulados na base de dados original, deverá utilizar fontes próprias de informação para gerá-los manualmente com base no seu conhecimento acerca do mercado.

Tal procedimento é especialmente importante para executar casos no Optnash que tenham um horizonte de estudo mais longo do que os pré-definidos na base de dados original, dado que as rodadas com horizonte mais curto apenas descartam o excesso de informação, enquanto aquelas que simulam um horizonte maior de tempo não podem ser executadas pela limitação nas informações que são fornecidas ao modelo. Em geral, a impossibilidade em iniciar uma execução do referido modelo está relacionada com a ausência de dados de demanda ou cenários de estação renovável, mas é relevante destacar que a ausência da modelagem de outras informações ao longo de parte do horizonte de estudo, como restrições e informações de manutenção e modificação de unidades geradoras, pode distorcer consideravelmente os resultados de uma rodada do Optnash, ainda que não impeça o funcionamento do modelo.

5 ESTUDOS DE CASO COM O SISTEMA BRASILEIRO

O presente capítulo apresentará alguns estudos de caso e simulações de mercado considerando a proposta de despacho e formação de preços baseados em ofertas dos agentes. Como ocorre atualmente no Brasil, a referida simulação leva em consideração 4 subsistemas, Sudeste, Sul, Nordeste e Norte¹³.

Um dos principais objetivos desta análise é apresentar um contraste entre os resultados obtidos sob um paradigma centralizado de minimização de custo e os resultados do equilíbrio de Nash em que os agentes formadores de preço atuam estrategicamente no mercado. Consequentemente, muitas discussões do presente capítulo discutirão os contrastes entre os resultados da rodada do modelo de estratégias iterativas desenvolvido no Entregável 10 deste P&D e os resultados da operação centralizada sob o paradigma de minimização de custo.

5.1 Visão geral do caso

Conforme apresentado na seção 3.2.1, a base de dados utilizada para as análises representa unidades geradoras hidrelétricas agregadas por submercado (uma análise da validade desta simplificação será apresentada na seção 5.2). A base inicial tomada como ponto de partida foi a base de dados do NEWAVE utilizada no Programa Mensal de Operação de dezembro de 2021, que foi submetida ao procedimento de conversão descrito no capítulo 4. Na base de dados agregada, cada submercado possui uma única estação hidrológica e, portanto, um único perfil de vazão. Dados de demanda, perfil de geração renovável, modificações de usinas termelétricas, de interconexões e de soma de interconexões foram definidos de maneira “estática” para serem idênticos entre os anos do horizonte simulado, tendo como referência os dados de entrada da base NEWAVE referentes ao ano de 2025. O perfil de demanda considerado apresenta uma média mensal de 36701 GWh no Sudeste, 10692 GWh no Sul, 10172 GWh no Nordeste e 5194 GWh no Norte. Os perfis das vazões, estimadas com base no histórico, apresentaram uma quantidade média de energia afluente de 31502.2 GWh no Sudeste, 6770.31 GWh no Sul, 3766.36 GWh no Nordeste e 8614.77 GWh no Norte.

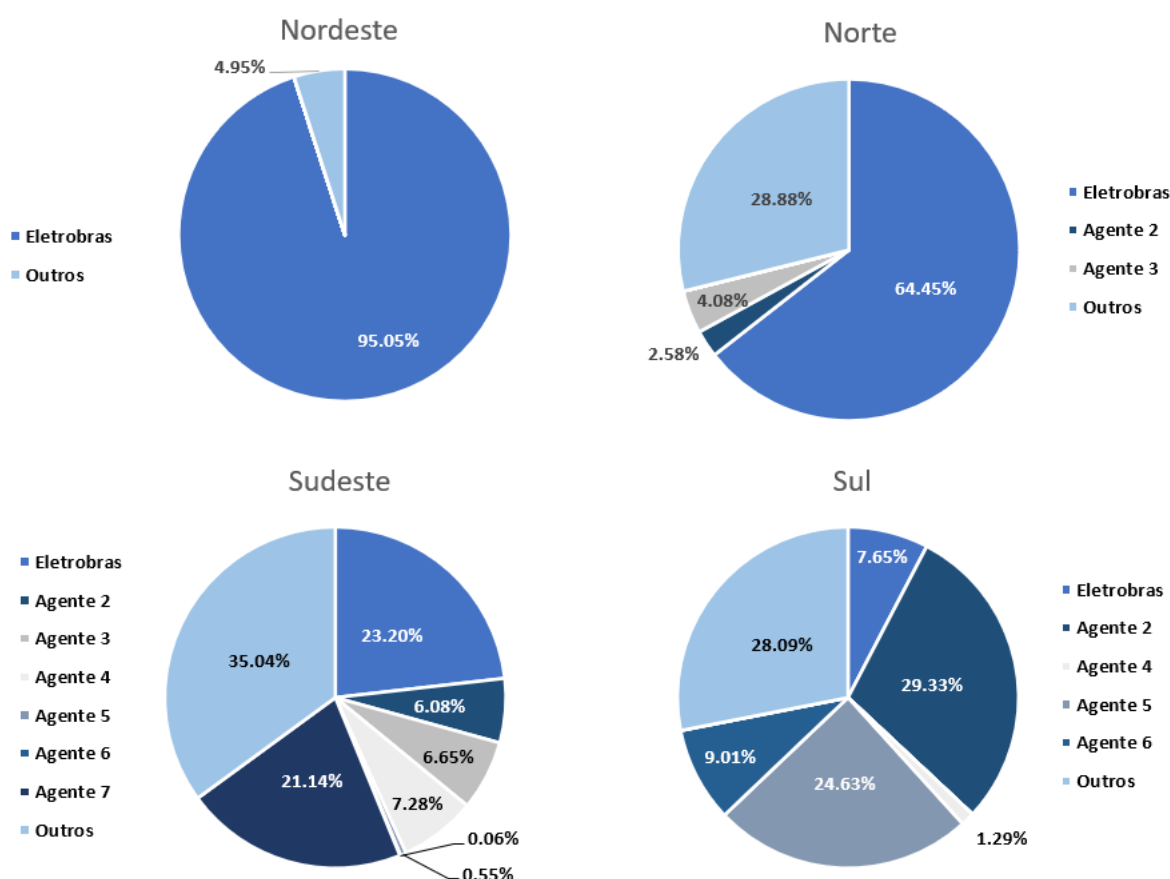
A potência instalada hidrelétrica total na base de dados considerada é de 21199 MW no Norte, 10718 MW no Nordeste, 58741 MW no Sudeste e 14604 MW no Sul. Quanto às termelétricas, há 5149 MW no Norte, 7163 MW no Nordeste, 15310 MW no Sudeste e 3104 MW no Sul; enquanto as renováveis somam 714 MW no Norte, 19764 MW no Nordeste, 9729 MW no Sudeste e 2626 MW no Sul. O horizonte considerado na simulação é de 3 anos (36 períodos), com 200 séries e 10 clusters de preços, utilizados para obter a função de benefício futuro dos agentes que possibilita a otimização das ofertas individuais. Além disso, dados de demanda e cenários de estação renovável foram definidos em blocos, considerando 3 segmentos. Foi feito um pequeno ajuste no volume inicial e no nível de demanda da base de dados do NEWAVE de modo a obter resultados mais estáveis e robustos ao longo do horizonte de simulação.

Os ofertantes considerados para a definição das características físicas das hidrelétricas representativas são representados de forma sintética na Figura 11. Nota-se que os percentuais são representativos da quantidade de créditos de reservatório virtual aos quais cada agente teria direito, em cada subsistema, na simulação do mercado por ofertas – e, portanto, estão associadas à garantia física total das usinas de

¹³ Há ainda um quinto subsistema, definido na base de dados como “nó fictício 1” (ou nó imperatriz), para representar corretamente as interconexões e limites de transmissão entre os submercados Sudeste, Nordeste e Norte.

propriedade de cada um destes agentes como participantes do MRE (as pequenas hidrelétricas não participantes do MRE são representadas na base de dados como “renováveis”). Nota-se que na divisão representada para efeito destas simulações, os créditos em cada submercado estão associados exclusivamente ao montante de garantia física de propriedade de cada agente dentro do submercado em questão (o que justifica por que o Nordeste em particular é tão concentrado na Eletrobras). Visto que o MRE atual permite o compartilhamento de energia também entre usinas localizadas em diferentes submercados, na prática o mecanismo a ser implementado poderia ser um pouco diferente (e mais complexo) do que este, como foi explorado no Entregável 7 (Roadmap de implementação).

Figura 11 - Alocação do potencial hidrelétrico com divisão variável entre subsistemas



Na representação da Figura 11, o agente de número 1 simula a capacidade de geração e oferta da Eletrobrás, detentora de 95% dos recursos hídricos do Nordeste, 64.5% do Norte, 23.2% do Sudeste e 7.6% do Sul, e que representa o agente mais dominante do mercado elétrico brasileiro. Embora os outros agentes de 2 a 7 tenham sido selecionados por sendo aqueles detentores das maiores fatias do mercado brasileiro, nota-se que todos são significativamente menores do que a Eletrobrás. Além disso, o agente 7 é um caso particular, visto que é representado pela estatal ENBPar (Empresa Brasileira de Participações em Energia Nuclear e Binacional), detentora das cotas da usina de Itaipu, e que provavelmente estaria sujeita a limitações na sua atuação estratégica como ofertante no mercado. Entre os outros agentes privados, nenhum deles é detentor de mais de 8% da garantia física hidrelétrica do sistema como um todo – e mesmo no submercado Sul, onde há uma participação mais concentrada nas mãos de agentes privados, nenhum agente possui mais de 30% do mercado (sem falar que qualquer tentativa de exercício de poder de mercado seria mitigada pela capacidade de intercâmbio com o Sudeste). Nota-se ainda que

o agente 8 possui status especial, já que não simula um ofertante individual, e sim um conjunto de agentes com menor participação – que detém, em conjunto, 4.95% da capacidade de geração hidrelétrica do Nordeste, 28.90% do Norte, 35.03% do Sudeste e 28.09% do Sul.

5.2 Análises representativas do equilíbrio em competição perfeita

Como discutido na seção 3.3.1, executar simulações com a base de dados representando uma função objetivo de minimização de custos do ponto de vista do planejador central é uma primeira etapa para a realização de análises de equilíbrio de Nash contemplando o comportamento estratégico dos agentes (já que o problema do planejador central é idêntico ao resultado idealizado de um mercado em competição perfeita).

Com esta base de dados em particular, entretanto, considerou-se desejável utilizar estas simulações do ponto de vista do operador central também com o objetivo de avaliar a qualidade da agregação realizada pelo BidModelsConverter (processo descrito nas seções 3.2.1 e 4.2.1). Com este fim, foram executadas três simulações de mercado, que serão apresentadas nas subseções seguintes:

- A primeira simulação envolveu a base de dados com as hidrelétricas desagregadas, tão próxima quanto possível das representações das usinas hidrelétricas individuais representadas na base NEWAVE. Nota-se que esta base de dados não poderia ser usada para o cálculo do equilíbrio de Nash (como apresentado na seção 3.2.1), mas para o exercício de minimização de custo (que também pode ser interpretado como análogo a uma situação de concorrência perfeita) não há empecilhos.
- Uma segunda base de dados foi construída removendo-se da base inicial (ainda com representação de hidrelétricas individualizadas) uma série de arquivos de dados de entrada correspondentes às restrições operativas das centrais hidrelétricas: estas informações que foram removidas são listadas na Tabela 6. Nota-se que nenhuma destas restrições poderia ser representada adequadamente na base de dados agregada, e que é de se esperar que sem estas restrições a operação simulada do sistema seja mais eficiente (isto é, consiga utilizar melhor o recurso hídrico disponível já que algumas restrições não estariam mais afetando a operação).
- Por último, foi preparada uma terceira simulação do problema do operador, agora com as usinas hidrelétricas agregadas pelo BidModelsConverter e sem as restrições e modificações citadas anteriormente. Nota-se que este processo de agregação permite um grau ainda maior de flexibilidade que não é permitido nas bases de dados a usinas individualizadas, de modo que é desejável quantificar o potencial efeito distorsivo desta representação.

Tabela 6 – Informações removidas da base nas simulações sem restrições (arquivos .dat)

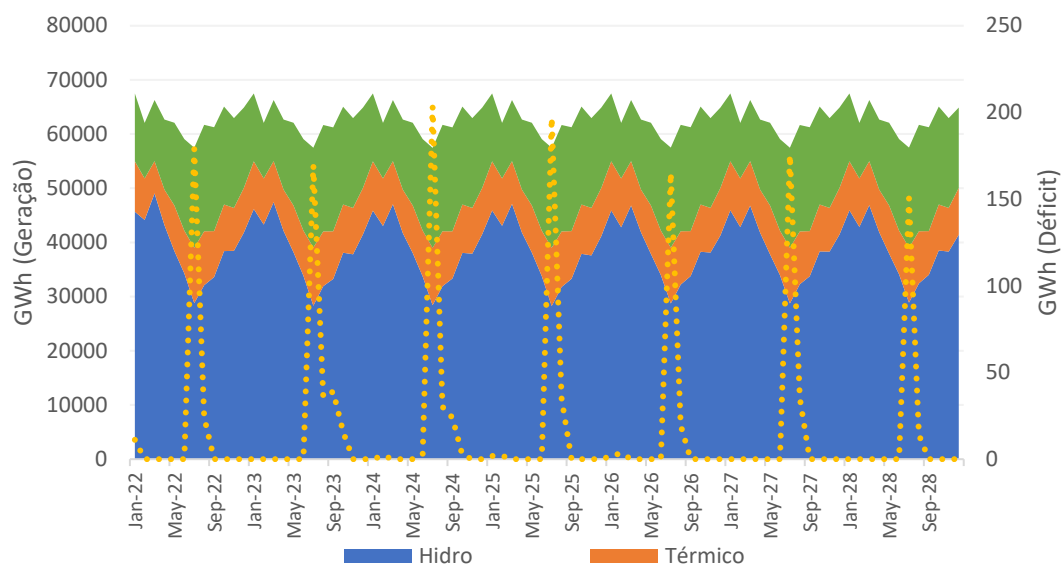
Nome do Arquivo	Descrição
csetresv	Configuração de conjuntos de reservatórios
enealeme	Energia de alerta com etapas mensais
hidcnj**14	Define conjunto de unidades geradora por hidrelétrica

¹⁴ Na base de dados, o nome do arquivo deverá aparecer com as iniciais do subsistema substituindo os *.

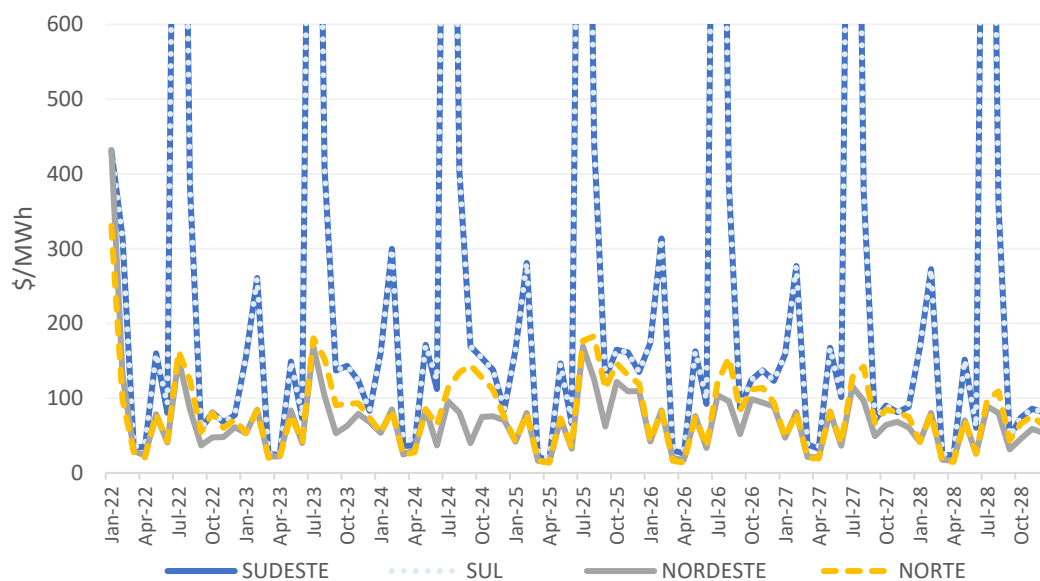
Nome do Arquivo	Descrição
hidtrb**	Define tipo de turbina
mhidro**	Modificação de configuração hidrelétrica
mnspe**	Vertimento mínimo em etapas mensais
mntome**	Defluência mínima em etapas mensais
polca**	Coefficientes do polinômio cota-área para as usinas
polhid**	Coefficientes do polinômio cota-volume para as usinas
poljus**	Coefficientes do polinômio defluência-altura a jusante para as usinas
rgme03**	Restrições de geração em etapas mensais
riegme**	Dados de irrigação e etapas mensais
valeme**	Volume de alerta em etapas mensais
vespe**	Volume de espera em etapas mensais
vminme**	Volume mínimo em etapas mensais
volmor**	Cronograma de enchimento do volume morto dos reservatórios

5.2.1 Caso Brasil desagregado com restrições

A rodada MinCost com a base convertida diretamente do NEWAVE apresentou média de geração hidrelétrica de 23265 GWh no Sudeste, 5606 GWh no Sul, 3553 GWh no Nordeste e 6108 GWh no Norte. Além disso, as usinas renováveis foram responsáveis por uma geração média de energia de 4523 GWh no Sudeste, 1617 GWh no Sul, 8978 GWh no Nordeste e 370 GWh no Norte e as termelétricas por 5095 GWh no Sudeste, 763 GWh no Sul, 1433 GWh no Nordeste e 1428 GWh no Norte. Ademais, os estágios em que ocorreram déficits estão diretamente relacionados com os períodos secos das simulações. A Figura 12 ilustra os perfis que resultaram nas médias de geração citadas anteriormente, além de apresentar, no eixo secundário, em escala substancialmente diferente do eixo principal, a evolução do déficit médio ao longo do tempo.

Figura 12 - Geração e déficit médio mensal da rodada desagregada com restrições

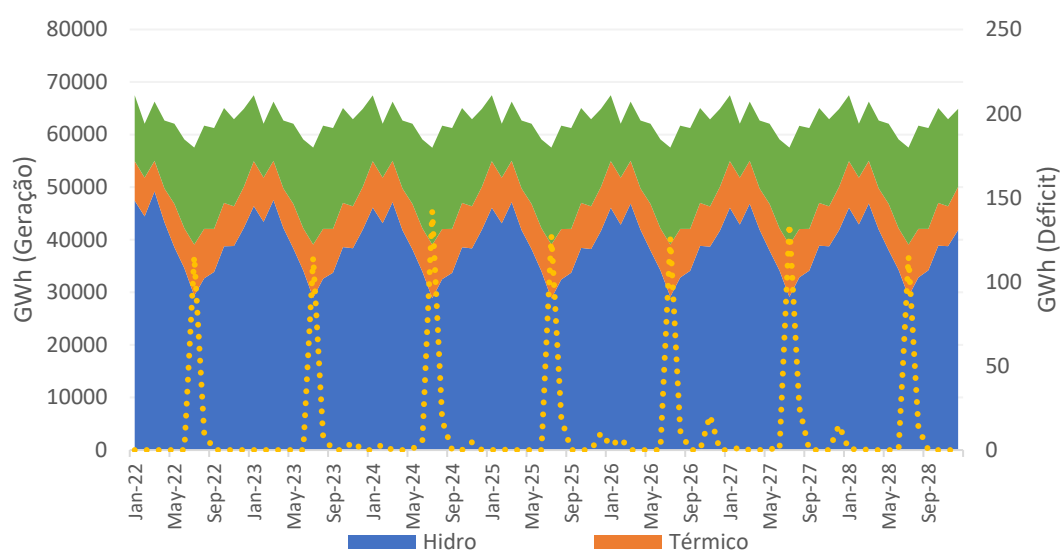
Tais características de geração, combinadas com o perfil de demanda apresentado previamente neste capítulo, resultaram em uma média de custo marginal da demanda de 265.84 \$/MWh no Sudeste, 266.86 \$/MWh no Sul, 69.83 \$/MWh no Nordeste e 81.06 \$/MWh no Norte. Na evolução temporal da média destes parâmetros, apresentada na Figura 13, é possível notar que os submercados onde o preço spot atinge patamares mais elevados são justamente os mesmos onde ocorrem a maior parte do déficit. Além disso, os picos de preços aparentemente apresentam correlação com os períodos secos dos reservatórios e a evolução destes valores tende para patamares mais baixos ao longo do horizonte de estudo devido à redução do custo de oportunidade das hidrelétricas em turbinar água quando mais próximo do último estágio da simulação.

Figura 13 - Custo marginal médio por submercado da base desagregada com restrições

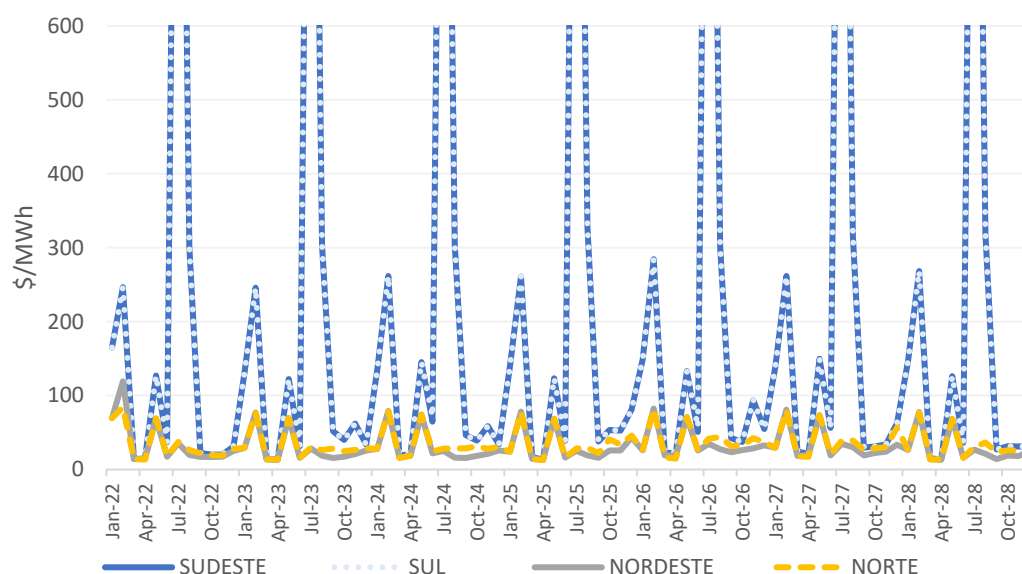
5.2.2 Caso Brasil desagregado sem restrições

Na segunda simulação do problema do operador, em que os arquivos listados na Tabela 6 foram excluídos da base de dados analisada na seção 5.2.1, a geração hidrelétrica média foi de 23604.20 GWh no Sudeste, 5769.35 GWh no Sul, 3865.20 GWh no Nordeste e 5618.95 GWh no Norte. A geração termelétrica, por sua vez, resultou em uma média total para o período simulado de 4963.43 GWh no Sudeste, 734.93 GWh no Sul, 1374.93 GWh no Nordeste e 1327.57 GWh no Norte. Esta simulação ainda contou com médias de geração das usinas renováveis de 4522.76 GWh no Sudeste, 1617.38 GWh no Sul, 8977.57 GWh no Nordeste e 370.27 no Norte. Na Figura 14, pode se observar que a remoção das restrições do caso exemplo levaram a valores ligeiramente menores de déficit médio mensal em comparação com a rodada que considera as restrições.

Figura 14 - Geração e déficit médio mensal da base desagregada sem restrições



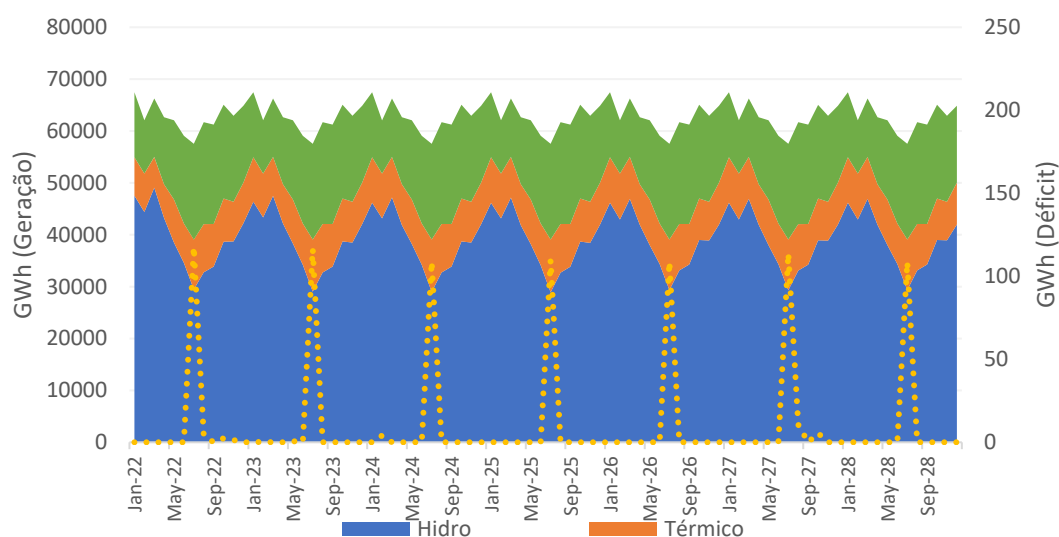
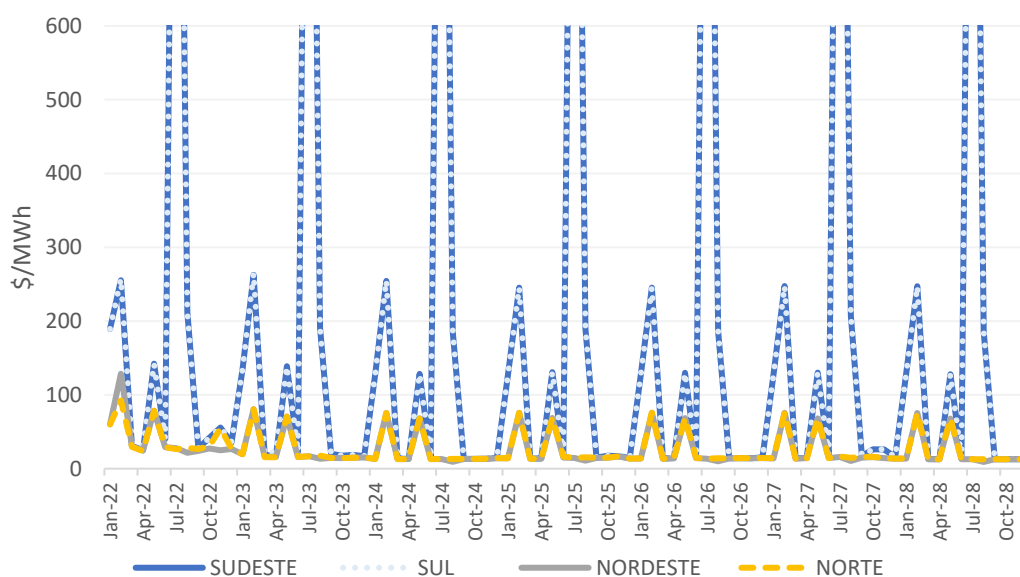
Essa redução no déficit entre os casos gerou uma mudança considerável na média mensal do custo marginal da demanda. Conforme pode ser observado na Figura 15, nos submercados do Nordeste e do Norte esse custo sai do patamar de 70 \$/MWh no início do horizonte para cerca de 30 \$/MWh nos demais meses. Na simulação com restrições, tais valores variavam entre 350 \$/MWh e 450 \$/MWh nos primeiros estágios, com picos de preços próximos dos 115 \$/MWh no restante do horizonte.

Figura 15 - Custo marginal médio por submercado da base desagregada sem restrições

5.2.3 Caso Brasil Agregado sem restrições

Na rodada MinCost referente ao caso com usinas agregadas sem os arquivos listados na Tabela 6, a geração hidrelétrica, responsável por suprir a maior parte da demanda deste sistema, gera uma média mensal de 38946.67 GWh, dos quais 22542.30 GWh são produzidos no Sudeste, 5231.18 GWh no Sul, 3925.07 GWh no Nordeste e 7248.12 GWh no Norte. Além disso, do total da energia turbinável em cada estágio, verteu-se, em média, 6506.85 GWh no Sudeste, 714.45 GWh no Sul, 796.82 GWh no Nordeste e 1463.52 GWh no Norte.

As usinas renováveis, de menor custo dentre as tecnologias disponíveis, apresentaram um perfil de geração com média total de 15487.98 GWh para o sistema, dos quais, em média, 4522.76 GWh foram produzidos no Sudeste, 1617.38 GWh no Sul, 8977.57 GWh no Nordeste e 370.27 GWh no Norte. Além disso, as termelétricas, que em geral incorrem em um custo marginal mais elevado, geraram uma média de 4921.80 GWh no Sudeste, 724.71 GWh no Sul, 1367.37 GWh no Nordeste e 1300.91 GWh no Norte, totalizando 8314.79 GWh de geração média no sistema como um todo. Tal produção de energia foi suficiente para suprir a demanda em praticamente todos os estágios e cenários simulados, levando a um déficit médio por submercado de 9.68 GWh. Os perfis que resultam nas médias destacadas anteriormente podem ser observados na Figura 16, que apresenta a média mensal do déficit e da geração para cada tipo de tecnologia envolvida na simulação.

Figura 16 – Geração e déficit médio mensal da base agregada sem restrições**Figura 17 - Custo marginal médio por submercado da base agregada sem restrições**

Finalmente, as características físicas e de mercado da simulação supracitada incorreram em um custo marginal médio de 200.15 \$/MWh no Sudeste, 200.45 \$/MWh no Sul, 26.14 \$/MWh no Nordeste e 26.52 \$/MWh no Norte. Na Figura 17, é possível observar a média mensal do CMO de cada submercado ao longo do horizonte de estudo.

Vale destacar que a comparação dos casos apresentados nas seções 5.2.1, 5.2.2 e 5.2.3 sugerem que de fato a representação do caso agregado (e/ou com menos restrições) leva a um uso mais eficiente dos recursos hídricos, como evidenciado pela redução dos custos marginais médios nesta última simulação – embora a magnitude do efeito não seja grande o suficiente para comprometer os resultados de equilíbrio de Nash obtidos com a base agregada, que serão apresentados mais adiante. Este comportamento indica que a representação detalhada tanto dos reservatórios físicos quanto dos

reservatórios virtuais e sua regra de conciliação (objeto principal do software Laboratório Computacional desenvolvido como o Entregável 8 do presente projeto de P&D) podem de fato mostrar-se relevantes para a operação do sistema, o que deveria idealmente ser incorporado ao procedimento de cálculo do equilíbrio de Nash. Como argumentado na seção 3.2, existem limitações para a complexidade dos procedimentos que podem ser contemplados no modelo OptNash sem que o custo computacional se torne proibitivo, mas investigações adicionais sobre mecanismos mais sofisticados de se fazer a agregação dos reservatórios representam um exemplo de trabalhos futuros que podem trazer aprimoramentos à metodologia proposta.

5.3 Análise de convergência

A título de simplificação na análise dos resultados e de modo a viabilizar a execução de um número de iterações maior do modelo de equilíbrio de mercado, foi utilizado um caso simplificado no lugar da base de dados Brasil utilizada na maior parte das análises deste estudo de caso. O caso exemplo em questão apresenta um único subsistema e um único patamar de carga a cada mês (vide seção 3.2.3), e foi construído de forma a aproximar uma representação do subsistema Sudeste em termos da composição do parque gerador (hidrelétricas, termelétricas, e renováveis).

A capacidade de geração hidrelétrica total deste sistema, cuja potência instalada é de 60960 GWh, foi dividida igualmente entre 20 unidades geradoras idênticas, com o mesmo fator de produção, capacidade de armazenamento, volume inicial e vazões afluentes (cada uma dessas usinas apresenta 5% da potência instalada total do sistema e 5% do armazenamento total de recursos hídricos). Essa divisão teve como objetivo facilitar a repartição do potencial de geração deste tipo de tecnologia entre agentes formadores de preços de diferentes formas. Entretanto, para o exercício apresentado na presente análise de convergência, foi utilizado um único agente formador de preço detentor de 30% da potência instalada hidrelétrica do sistema (portanto, 6 unidades geradoras). Este “agente 1” foi construído de forma a aproximar a Eletrobrás na representação realista do sistema brasileiro.

O sistema exemplo ainda conta (i) com um parque térmico com capacidade de geração de 21267 MW, (ii) ativos de tecnologia renovável com capacidade de aproximadamente 1194 MW, e (iii) uma termelétrica adicional capaz de produzir 57000 MW a um custo de 1000 \$/MWh (que na prática emula um patamar de déficit). A demanda, por sua vez, é igual a 509 TWh por ano (constante em todos os anos), com períodos de alta anual entre Outubro e Março (quando atinge patamar próximo a 44000 GWh) e baixa entre Abril e Setembro (com média mensal mínima próxima de 40000 GWh).

Com as configurações descritas, a rodada MinCost que envolve a base de dados em questão, considerando 20 séries e 8 iterações no Optbid, resultou em uma média mensal de geração hidrelétrica de 33460 GWh. Além disso, a análise de convergência foi realizada sob um horizonte de 5 anos, menor, portanto, do que as simulações apresentadas na seção 5.2. Essa escolha se deve ao fato de que simulações envolvendo períodos mais curtos resultam em um esforço computacional menor, permitindo um número maior de explorações durante o desenvolvimento do software. Além disso, não há indícios de que a rodada perca, em algum grau, representatividade dos resultados, dado que as simulações apresentadas na seção 5.2 apresentam resultados mais estáveis para preços e quantidades a partir do segundo ano de simulação.

Nesse contexto, as termelétricas produziram em média 8740 GWh e as renováveis 232 GWh. Ademais, o custo marginal operacional médio do despacho centralizado foi de 238.0 \$/MWh, a energia

armazenada do sistema oscilou entre 30% e 80% da energia armazenável máxima e as usinas referentes aos ativos de propriedade do agente 1 na rodada do Optnash foram responsáveis por uma geração de 9722 GWh. Na Figura 18, é possível verificar a média mensal de geração de cada tipo de tecnologia, bem como do CMO ao longo de todo o horizonte de simulação. A figura 18, por sua vez, apresenta a variação do % de energia armazenada em relação à energia armazenável máxima ao longo do horizonte de estudo para a rodada MinCost.

Figura 18 – Geração por tecnologia e Custo Marginal na rodada MinCost

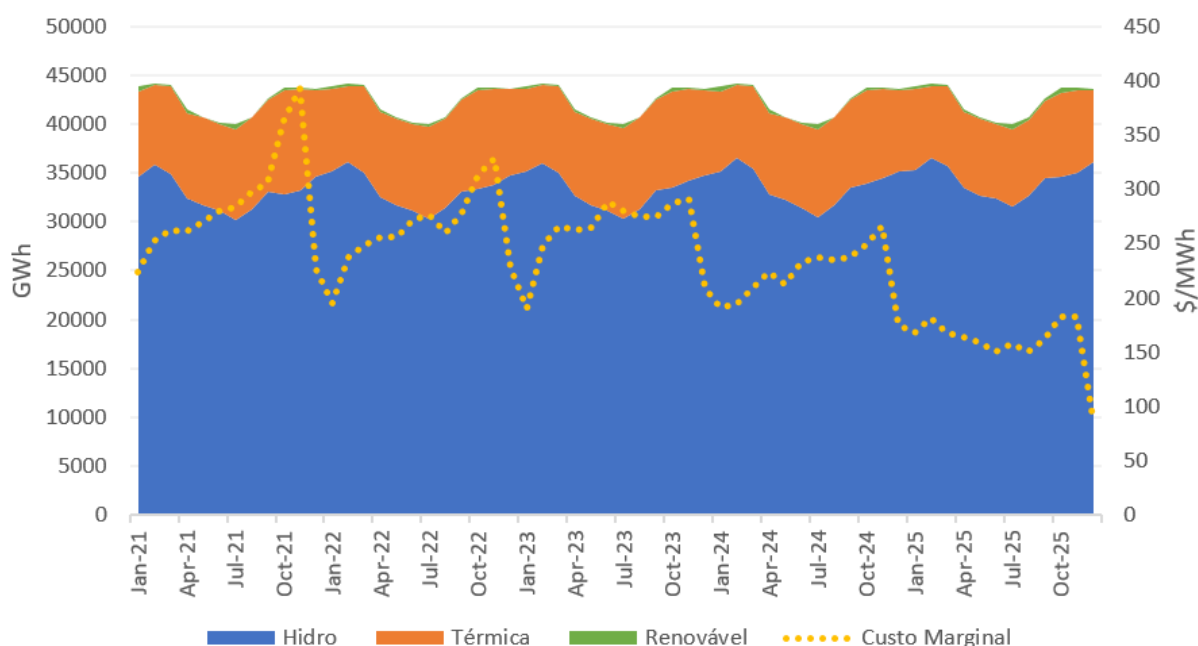
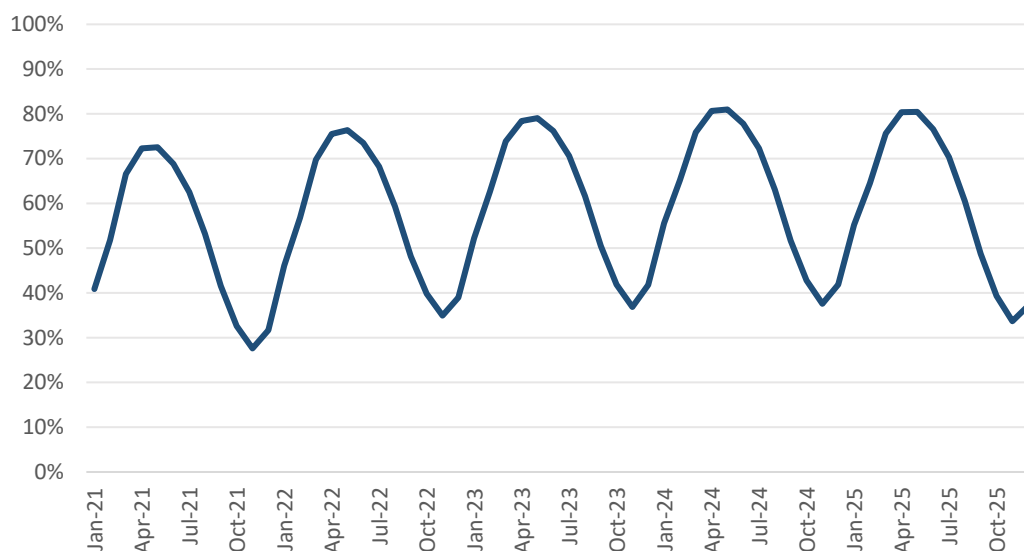


Figura 19 - Percentual de Energia Armazenada do Sudeste na rodada MinCost



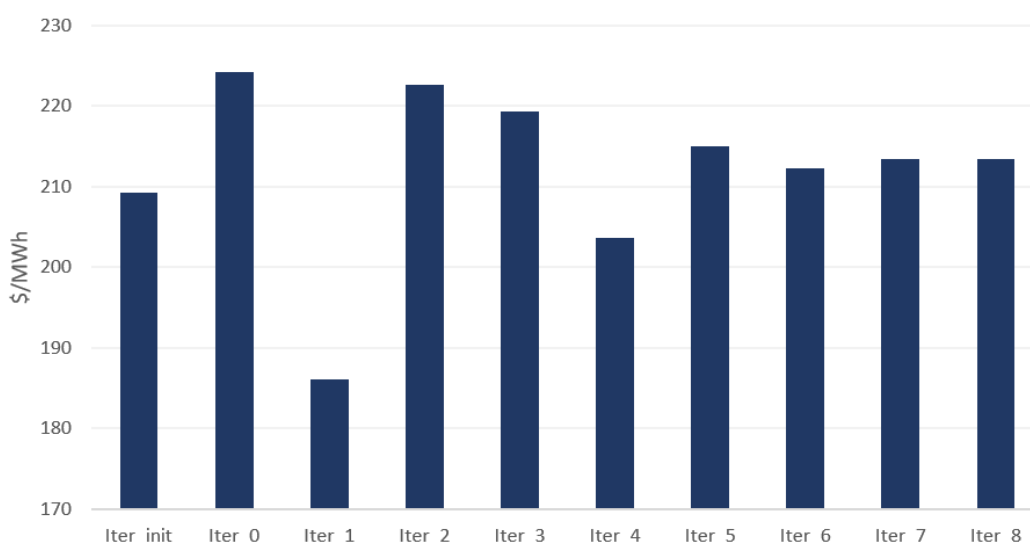
Os resultados do comportamento estratégico dos agentes ao longo das iterações do jogo de mercado são apresentados na Figura 20, segundo a métrica principal correspondente ao lucro médio (isto é, receita de venda de energia menos custos de O&M) por MWh vendido ao longo de todo o horizonte de estudo. Nota-se que há uma oscilação à medida que os agentes testam diferentes estratégias, até atingir uma

aparente convergência nas últimas iterações – indicando que o algoritmo apresentado no capítulo 3 de fato parece ter sido bem-sucedido em encontrar um equilíbrio de Nash.

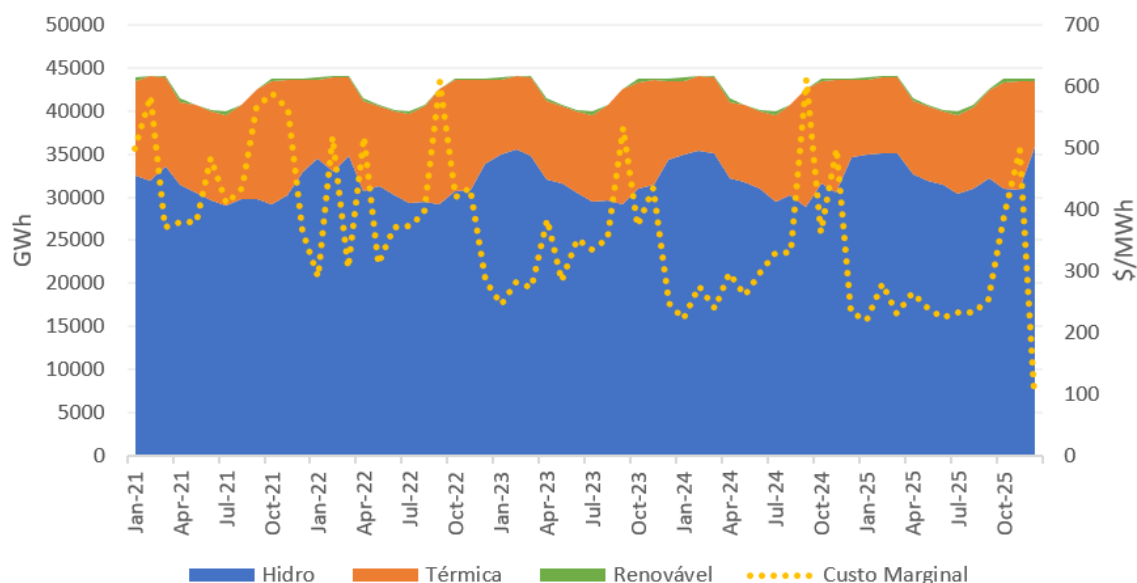
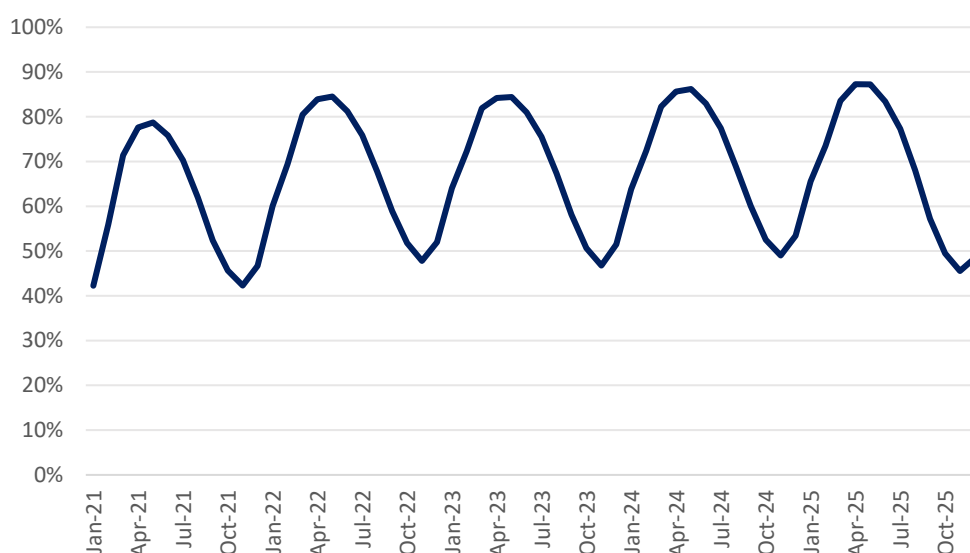
Nota-se que este equilíbrio de Nash implica, de um modo geral, no agente estratégico realizar ofertas mais comedidas em relação à rodada que simula despacho centralizado – sugerindo uma estratégia em que este agente vende quantidades menores a preços maiores de modo a maximizar o seu lucro. De fato, na rodada MinCost (representada como *iter_init* na Figura 20), o agente 1 alcançou uma produção total média de energia de 603002 GWh para os cinco anos de simulação e o custo marginal médio para o consumidor de 231.48 \$/MWh; ao passo que na última iteração do modelo OptNash (após a convergência) atingiu-se uma produção de energia de 500101 GWh e um preço médio de 361.31 \$/MWh.

Ao mesmo tempo, a energia armazenada média do agente formador de preços passou de 26315 GWh na simulação do despacho centralizado para 35404 GWh na simulação do equilíbrio de Nash. Isto indica que o comportamento estratégico dos agentes formadores de preço tende a implicar em um *aumento* da segurança de suprimento do sistema (como evidenciado pelos armazenamentos mais elevados) – uma consequência da redução das quantidades ofertadas pelos agentes formadores de preços. Por outro lado, a mudança no comportamento das ofertas também elevou a quantidade total de energia vertida, que foi de 28844 GWh na rodada MinCost para 113125 GWh em média no resultado da última iteração do OptNash. Embora em alguma medida seja natural que o risco de vertimento aumente dado o aumento no armazenamento, é possível que parte deste aumento reflita limitações da representação escolhida para o problema de otimização – um elemento que merece ser investigado em mais detalhe em trabalhos futuros.

Figura 20 - Lucro por MWh do agente formador de preços



A Figura 21 permite uma análise do equilíbrio de Nash encontrado pelo software, em contraste com a operação de mínimo custo ilustrada na Figura 18. Houve uma redução de cerca de 5% na geração média mensal do parque gerador hidrelétrico (que reduziu de 33460 GWh por mês para 31850 GWh por mês), que foi quase que inteiramente compensado por um aumento na produção termelétrica. A energia armazenada do sistema variou entre aproximadamente 40% e 90% na última iteração do OptNash e o custo marginal da simulação atingiu uma média de 361.31 \$/MWh.

Figura 21 - Geração por tecnologia e Custo Marginal na rodada Optnash**Figura 22 - Percentual de Energia Armazenada do Sudeste na rodada Optnash**

5.4 Impacto da concentração de ativos na receita do agente

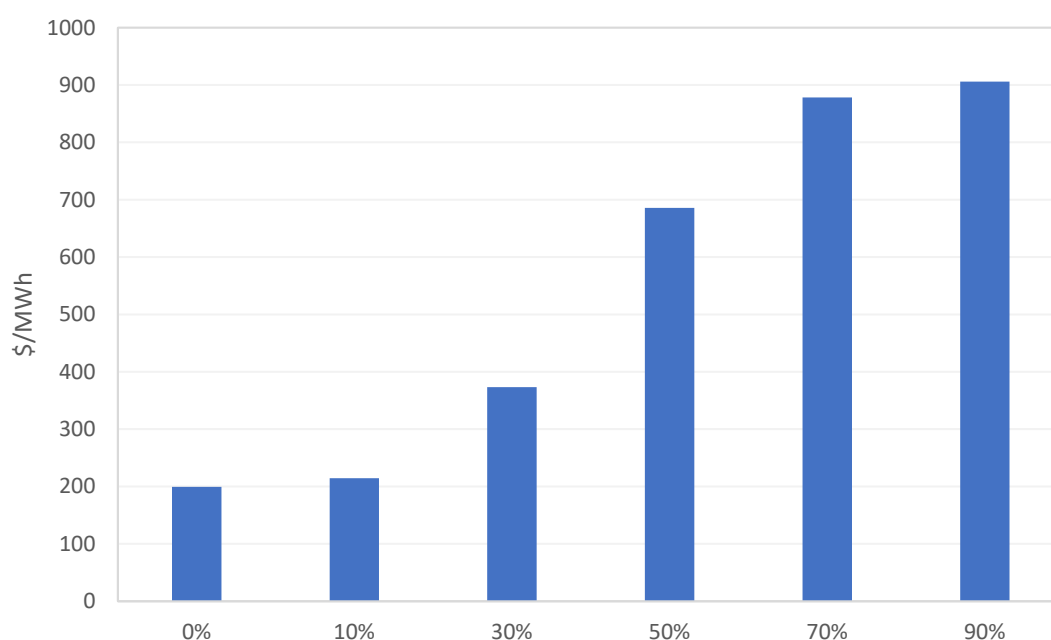
Em mercados competitivos, uma das principais preocupações dos órgãos reguladores recai sobre como as relações de poder de mercado podem afetar negativamente a eficiência do sistema, causando escassez de oferta e onerando o consumidor com tarifas mais elevadas. Nesse sentido, esta seção tem como objetivo comparar simulações do modelo competitivo de equilíbrio de Nash com diferentes concentrações de ativos em posse de um único agente *price-maker*. Desse modo, seria possível estimar o impacto da concentração de poder de mercado no aumento de receita deste participante de referência.

Nesse sentido, foram realizadas quatro novas simulações no OptNash com as mesmas configurações do caso apresentado na seção 5.3, exceto pela variação no percentual dos ativos hidrelétricos em posse do agente formador de preços. As novas rodadas levaram em conta 10%, 50%, 70% e 90% dos recursos

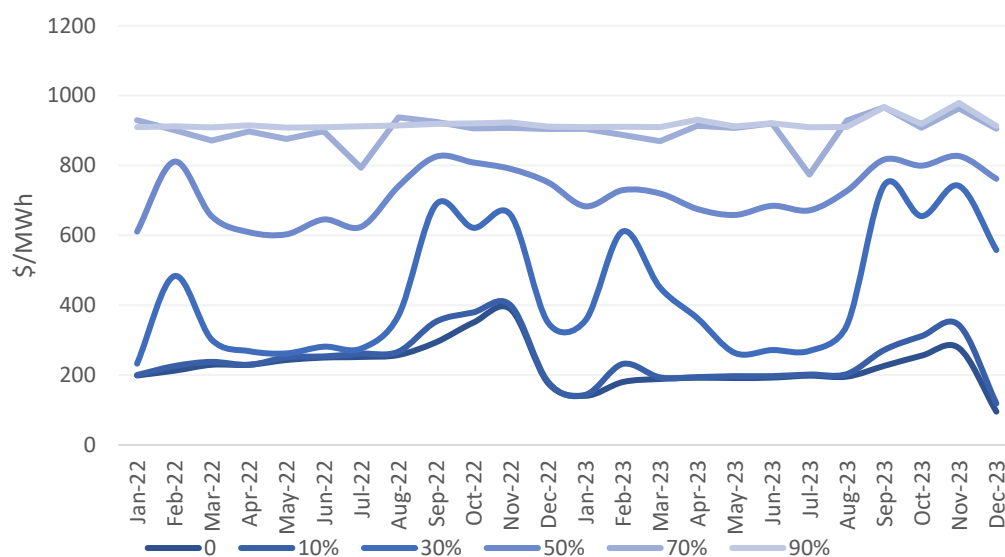
hidrelétricos como propriedade do agente representativo, conferindo a ele, respectivamente, 2, 10, 14 e 18 usinas hidrelétricas, cada uma com 5% do potencial hidrelétrico do mercado. Vale destacar que estes exercícios foram feitos com frações de participação muito extremas – é de se esperar que um agente que seja, sozinho, detentor de 90% do mercado seja capaz de exercer um poder de mercado muito intenso e influenciar profundamente os preços de equilíbrio. Ainda que uma situação como esta não seja totalmente realista (não é razoável esperar que as autoridades do setor permitam que um agente com essa magnitude aja de modo a maximizar o seu próprio lucro sem nenhum tipo de mecanismo de mitigação), o exercício representa uma validação útil das capacidades do *software* e da robustez da estratégia de representação mesmo em situações mais extremas.

Como pode ser observado na Figura 23, a mudança na receita marginal do agente tende a ser menor quando o percentual dos recursos hidrelétricos de que o agente de referência dispõe varia dentro de patamares altos ou baixos de concentração de ativos. Por outro lado, as rodadas em que o agente formador de preços controla entre 10% e 70% dos ativos hidrelétricos apresentaram as maiores variações na lucratividade por MWh, passando de cerca de 210 \$/MWh na simulação com 10% de poder de mercado para aproximadamente 890 \$/MWh na rodada com 70% de poder de mercado.

Figura 23 – Lucro por MWh do agente *price-maker* com diferentes % de poder de mercado

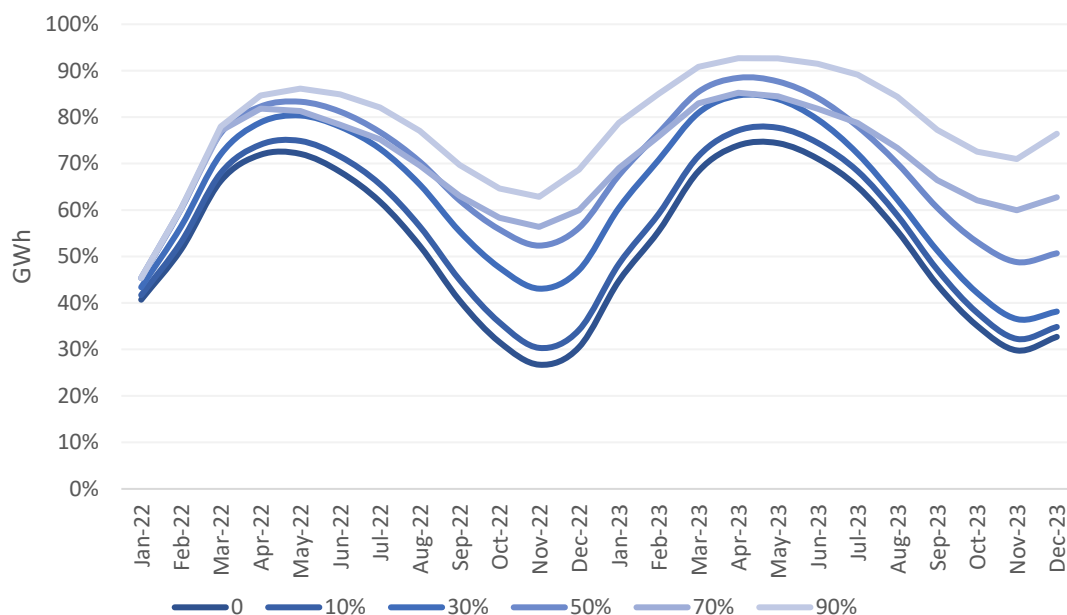


O comportamento estratégico do agente de referência também impacta perceptivelmente os índices de preços do mercado, que atingem patamares consideravelmente mais elevados quando o agente de referência detém uma fatia maior dos ativos hidrelétricos da simulação. Na rodada em que o agente formador de preços não detém nenhum ativo hidrelétrico a média do preço spot é de 225.74 \$/MWh. Nas simulações em que este ofertante detém 10%, 30%, 50% e 70% dos recursos hídricos, os preços atingiram os valores de 243.56 \$/MWh, 434.18 \$/MWh, 717.99 \$/MWh, 899.85 \$/MWh e 918.93 \$/MWh, respectivamente. Finalmente, a média do preço spot é de 918.93 \$/MWh na rodada em que o agente *price-maker* detém 90% dos ativos de geração hidrelétrica do mercado. A evolução da média mensal dos preços, em cada uma das referidas simulações, está ilustrada na Figura 24.

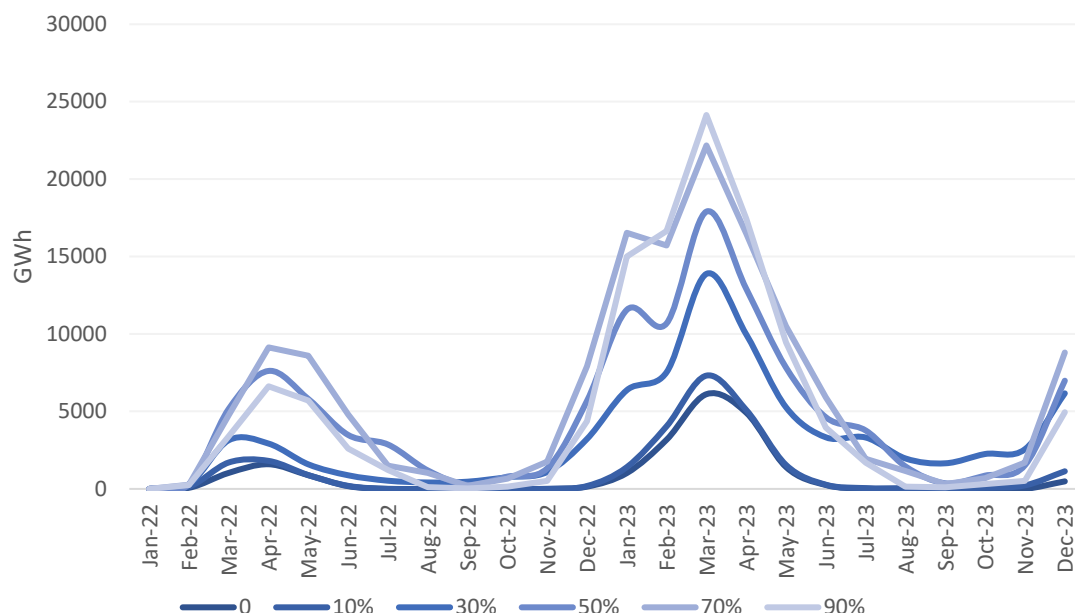
Figura 24 – Preço spot médio do agente *price-maker* com diferentes % de poder de mercado

Além disso, também é possível concluir que o aumento do número de usinas em posse de um único agente formador de preços eleva consideravelmente o volume de energia armazenada do sistema. Enquanto na simulação em que o único agente formador de preços não detém nenhuma usina hidrelétrica a energia armazenada média foi 52.67% do potencial, o percentual médio de energia armazenada nos reservatórios foi de 77.77% na rodada envolvendo o agente formador de preços proprietário de 90% dos recursos hidrelétricos. Nas simulações em que o agente formador de preços é proprietário de 10%, 30%, 50% e 70% do sistema, a média deste mesmo percentual foi de 55.77%, 62.65%, 68.89% e 70.38%, respectivamente. A Figura 25 ilustra a média mensal do percentual da energia armazenada nos reservatórios das usinas hidrelétricas.

Figura 25 – Percentual médio de energia armazenada do agente *price-maker* com diferentes % de poder de mercado



Com o perceptível aumento no volume de energia armazenada, é esperado que os recursos hídricos armazenados nos reservatórios também sejam vertidos em quantidades mais significativas quando os agentes formadores de preço detêm uma fatia maior dos ativos de geração. Tal hipótese é confirmada visualmente pela Figura 26 e as médias totais de vertimento nas rodadas apresentadas ao longo desta seção são de 885.36 GWh para um agente *price-maker* dono de 0% do sistema, 1088.25 GWh para o agente proprietário de 10% do sistema e 3313.64 GWh para o formador de preços dono de 30% das hidrelétricas. Além disso, a média do vertimento foi de 4787.91 GWh, 5934.29 GWh e 4966.38 GWh para os casos com 50%, 70% e 90%, respectivamente.

Figura 26 – Volume de energia vertida pelo do agente *price-maker* com diferentes % de poder de mercado

É importante frisar que esta análise comparativa é um dos principais produtos das simulações realizadas ao longo deste entregável, uma vez que as premissas adotadas na rodada OptNash não representam todas as nuances do que seria a implementação de um modelo de mercado por ofertas. Desse modo, não há como quantificar de maneira adequada o impacto da concentração de recursos, mas é possível avaliar os resultados comparativamente, considerando que os valores finais, tanto para o destino dado aos recursos hídricos quanto para os preços e o lucro, são, provavelmente, superestimados.

A dificuldade em estimar adequadamente os impactos da concentração de recursos decorre da estratégia escolhida para representar os créditos de reservatório virtual dos participantes, o que pode causar pequenas distorções nos preços de equilíbrio do mercado, como verificado na comparação das simulações do despacho centralizado apresentadas nas seções 5.2.1 e 5.2.3. Além disso, a ausência de representação dos mecanismos de mitigação de poder de mercado propostos nos Entregáveis 3 e 6 também impossibilita quantificar de maneira mais precisa o impacto da concentração de ativos.

5.5 Resultados de equilíbrio de Nash

Pela análise das três rodadas do ponto de vista do operador central apresentadas nas seções 5.2.1, 5.2.2 e 5.2.3, é possível afirmar que a base de dados agregada resultante da execução do modelo BidModelsConverter, ao agrupar o conjunto de hidrelétricas contidas na base desagregada em usinas representativas da participação de cada agente nas ofertas referentes a cada submercado, representa uma boa aproximação da realidade física do sistema. Vemos, na análise do custo marginal da demanda das referidas rodadas, que o caso agregado representa um meio termo entre os resultados da base desagregada com e sem restrição, com um preço médio mensal no início do horizonte de 125 \$/MWh, que estabiliza próximo de 25 \$/MWh a partir de meados de 2022. Em termos de geração, o caso agregado

sem restrições apresenta uma geração hidrelétrica praticamente idêntica à base diretamente convertida do NEWAVE, desconsiderando os arquivos listados na Tabela 6.

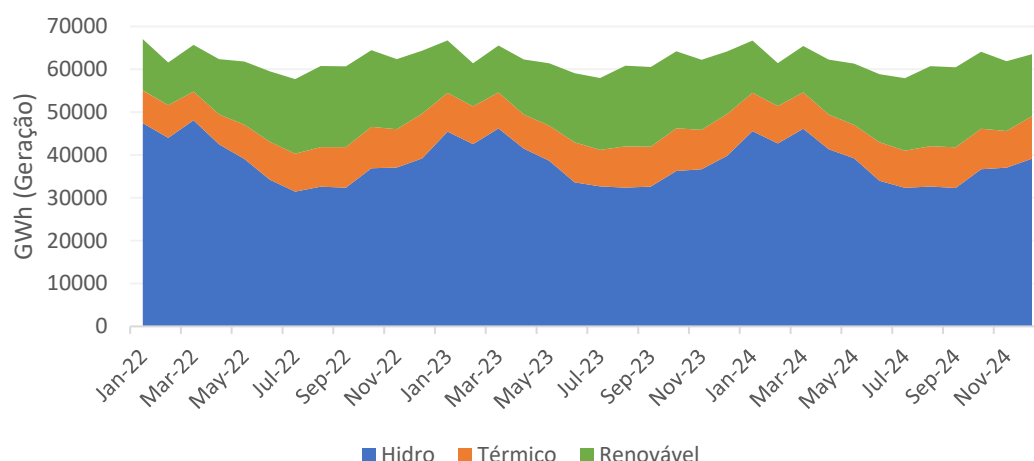
É importante ressaltar que a metodologia utilizada na divisão dos direitos de propriedade é de suma importância para simular adequadamente o comportamento dos agentes ao longo do horizonte de estudo. Isso porque ativos de geração hidrelétrica exigem tomadas de decisão intertemporais, cabendo ao proprietário destes recursos a escolha por produzir energia no presente ou armazenar no reservatório para venda e uso futuro. Nas bases de dados utilizadas para as rodadas apresentadas nesta seção, optou-se por considerar apenas 3 agentes formadores de preços, de forma que a maior parte dos ativos do sistema participou da simulação como tomador de preços, uma vez que não foi designada a nenhum proprietário. Além do agente 1, representativo do potencial de oferta da Eletrobrás no atual mercado brasileiro, os outros dois agentes, agente 2 e agente 3, simulam os segundo e o terceiro maiores *players* do Brasil, de acordo com a distribuição de ativos ilustrada na Figura 11.

No que diz respeito ao número de estágios considerados nas referidas simulações, foi possível observar, ainda na rodada MinCost envolvendo a base de dados agregada, que não há alteração relevante nos resultados da resolução do problema do operador a partir do segundo ano de simulação. Dito isso, os desenvolvedores deste P&D optaram por definir as simulações do Optnash com um horizonte de 3 anos, portanto 36 estágios, com o objetivo de reduzir o custo computacional da simulação sem perda de representatividade dos resultados. As rodadas descritas nesta seção, executadas no referido modelo, utilizam 10 clusters de preços para o cálculo do lucro futuro dos agentes, com cenários agrupados de acordo com o custo marginal da demanda encontrado na rodada MinCost. Considerando as configurações mencionadas e o uso de 40 servidores, as simulações envolvendo o sistema brasileiro completo demoraram aproximadamente 10 horas para serem finalizadas, exigindo um esforço exaustivo dos desenvolvedores deste projeto nos testes e simulações que convergiram nos resultados apresentados neste entregável.

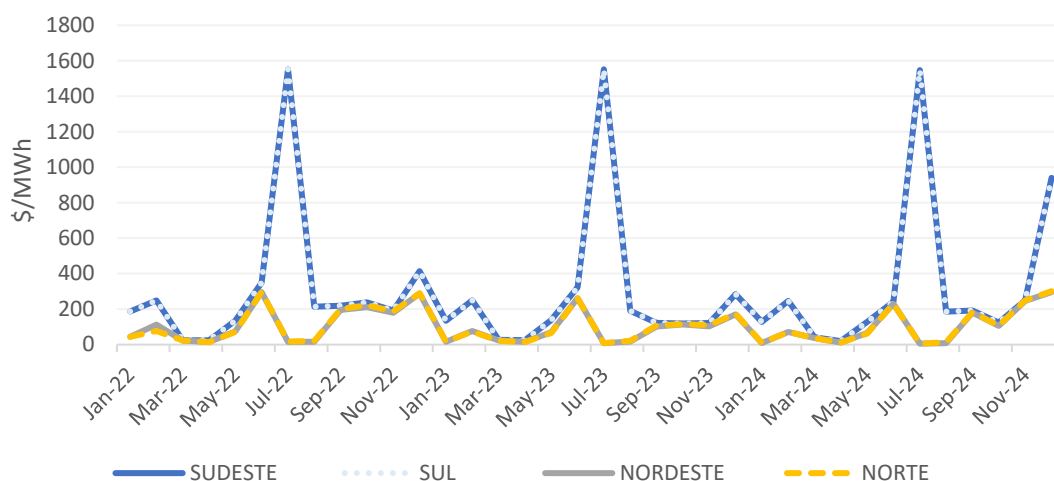
5.5.1 Simulação sem contratos pré-definidos

@@ Explicar que fizemos uma rodada desconsiderando a implementação dos contratos e falar do que esperamos obter com isso

Como produto da execução do modelo, o sistema apresentou geração hidrelétrica média para os três anos simulados de 22549.50 GWh no Sudeste, 4944.02 GWh no Sul, 3873.74 GWh no Nordeste e 7019.26 GWh no Norte. As usinas renováveis, por sua vez, foram responsáveis por uma geração média de 4467.58 GWh no Sudeste, 1602.82 GWh no Sul, 8569.95 GWh no Nordeste e 359.73 GWh no Norte, enquanto as termelétricas participaram com menos relevância no suprimento da demanda, fornecendo, em média, 4959.30 GWh no Sudeste, 1300.58 GWh no Sul, 1028.57 GWh no Nordeste e 1518.98 GWh no Norte. Os perfis mensais de geração que resultam nestes valores estão ilustrados na Figura 27. Ademais, é interessante ressaltar que, como será visto adiante, nenhum dos 200 cenários da referida simulação apresentou déficit, uma vez que as ofertas menores ou iguais ao custo de déficit sempre são suficientes para suprir a demanda por completo, mesmo que o custo marginal operacional do sistema seja consideravelmente elevado.

Figura 27 - Geração média mensal da rodada Optnash sem contratos

Os perfis de geração supracitados, submetidos à demanda que foi escolhida para o referido caso, descrita na seção 5.1, incorreram em um preço spot médio de 308.66 \$/MWh no Sudeste, 308.71 \$/MWh no Sul, 102.43 \$/MWh no Nordeste e 103.04 \$/MWh no Norte. Em comparação com as análises anteriores que tratavam do problema do operador, a solução de equilíbrio do modelo de estratégias iterativas levou a cenários de preços consideravelmente mais altos, principalmente no Sul e no Sudeste, durante os períodos secos do horizonte de simulação. Tal efeito decorre da capacidade de manipulação dos preços que foi conferida, nas opções de configuração da rodada, aos três maiores detentores de recursos hídricos do mercado. Desse modo, os agentes formadores de preços estrategicamente ofertam valores próximos ao custo de déficit em alguns cenários, quando o sistema depende das suas ofertas para suprir a demanda por completo, elevando o custo marginal operacional a um patamar similar ao custo de déficit. Assim, agentes *price-makers* conseguem extrair a maior receita possível dos consumidores, maximizando lucro e gerando picos no custo marginal operacional sem deixar de suprir a demanda.

Figura 28 - Custo marginal médio por submercado da rodada Optnash sem contratos

Além do aumento de preços, é possível notar uma redução no fator de capacidade das usinas entre a etapa de MinCost e a última iteração do modelo. Enquanto na etapa de mínimo custo a geração hidrelétrica corresponde a 53.8% da potência instalada do sistema, no fim das iterações este percentual

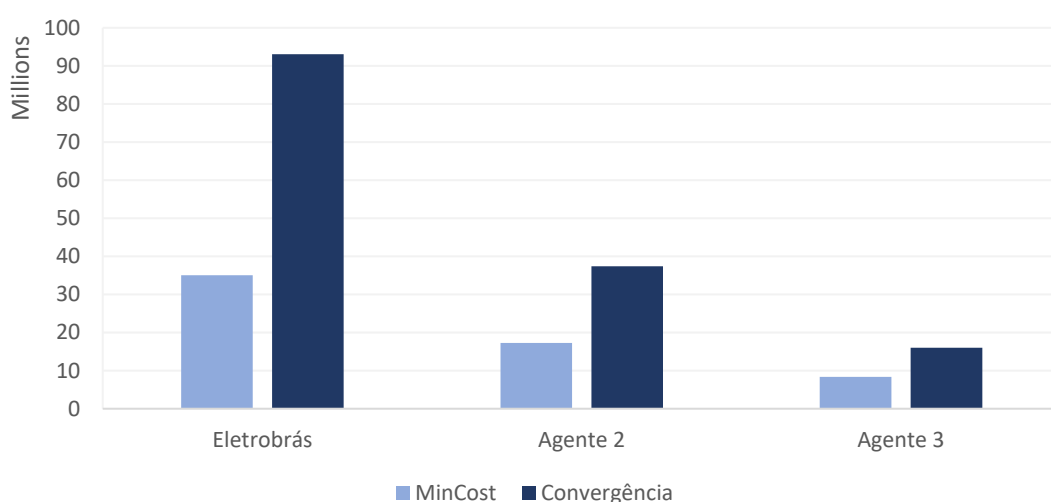
chega a 51.9%. Nesse sentido, a redução das ofertas hidrelétricas está potencialmente correlacionada com o aumento do custo marginal operacional do sistema entre a iteração MinCost e a iteração de convergência do modelo. Apesar deste comportamento, é relevante destacar que os agentes formadores de preço geraram ligeiramente mais energia proveniente de fontes hidrelétricas na simulação do mercado competitivo do que no despacho centralizado.

Apesar da diferença na quantidade de recursos comercializados, é possível concluir pelas rodadas que a lucratividade atingida pelo agente representativo da Eletrobrás é consideravelmente maior no processo iterativo do que na etapa MinCost, que representa o modelo de mercado por mínimo custo com despacho centralizado, atualmente vigente no Brasil. Enquanto a solução de mínimo custo conferiu a ele uma receita de 65.64 \$/MWh, a sua atuação como formador de preços elevou esta quantia para 150.76 \$/MWh.

Comparativamente, é interessante notar que a lucratividade por MWh dos agentes formadores de preços menos relevantes é consideravelmente maior do que a do agente representativo da Eletrobrás. Enquanto o agente 2 consegue angariar 133.37 \$/MWh no modelo centralizado e 239.89 \$/MWh no mercado competitivo, o agente 3 obtém uma receita de 131.43 \$/MWh na simulação do mercado centralizado e 222.16 \$/MWh no modelo por ofertas. Tal efeito decorre justamente da importância de cada agente para o mercado em questão. Como o agente representativo da Eletrobrás possui uma quantidade maior de ativos, tende a ser despachado com mais frequência, inclusive nos estágios da simulação em que o preço spot é consideravelmente menor. Por outro lado, os demais agentes formadores de preços são menos relevantes para o suprimento da demanda e, portanto, são obrigados a despachar nos períodos mais críticos da simulação, quando o preço spot está em um patamar mais elevado.

Em termos absolutos, a etapa inicial garantiu ao agente representativo da Eletrobrás uma receita líquida de 35 MM\$ e a sua atuação estratégica rendeu 93 MM\$. O mesmo pôde ser concluído para os agentes 2 e 3, que passaram de 17.3 MM\$ para 37.4 MM\$ e de 8.4 MM\$ para 16 MM\$ entre as referidas etapas. A Figura 29 demonstra visualmente a diferença nos resultados financeiros destes participantes.

Figura 29 – Receita líquida por agente da rodada sem contratos: MinCost vs. Convergência



O comportamento estratégico dos agentes formadores de preços elevou o custo total dos consumidores de 124.15 \$/MWh para 202.44 \$/MWh entre as duas etapas mencionadas anteriormente. Além disso, a

média da energia armazenada nos reservatórios reduziu cerca de 30000 GWh, passando de 169958 GWh para 140551 GWh, e a média da energia vertida no sistema passou de 6219 GWh no MinCost para 7532 GWh na última iteração. Nas Figuras 30 e 31, pode-se observar a evolução temporal da média do percentual de energia armazenada por submercado e da energia vertida, referentes à última iteração da simulação.

Figura 30 – Energia armazenada mensal média por submercado da simulação sem contratos

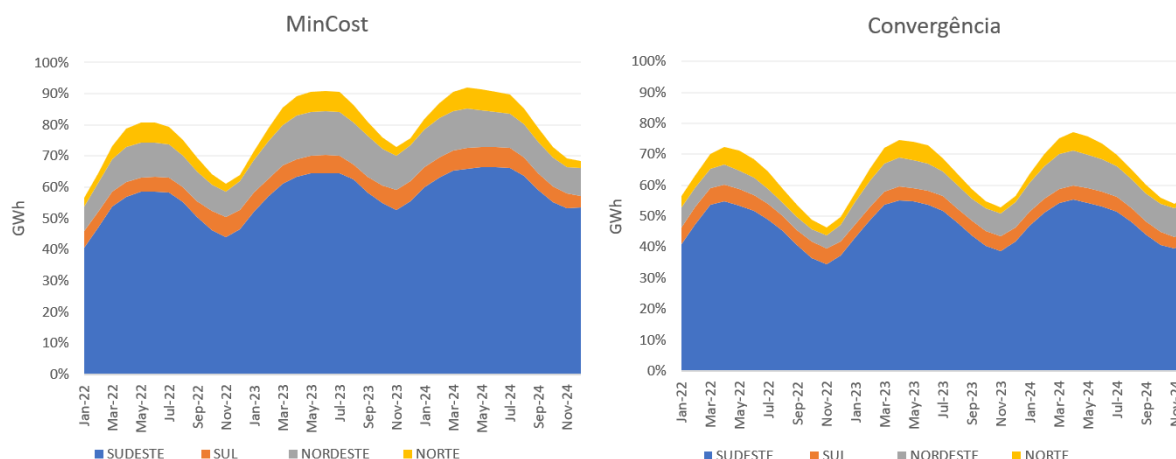
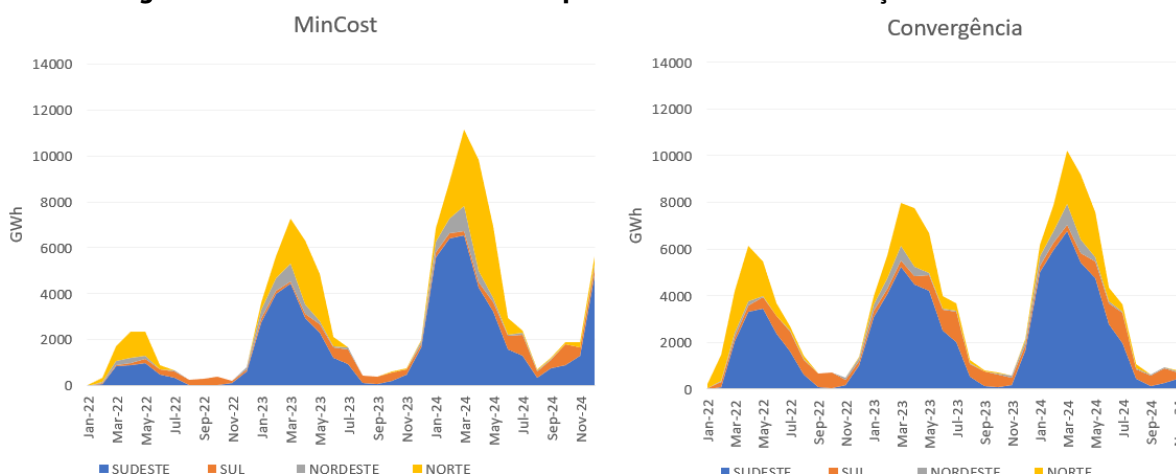


Figura 31 - Vertimento mensal médio por submercado da simulação sem contratos



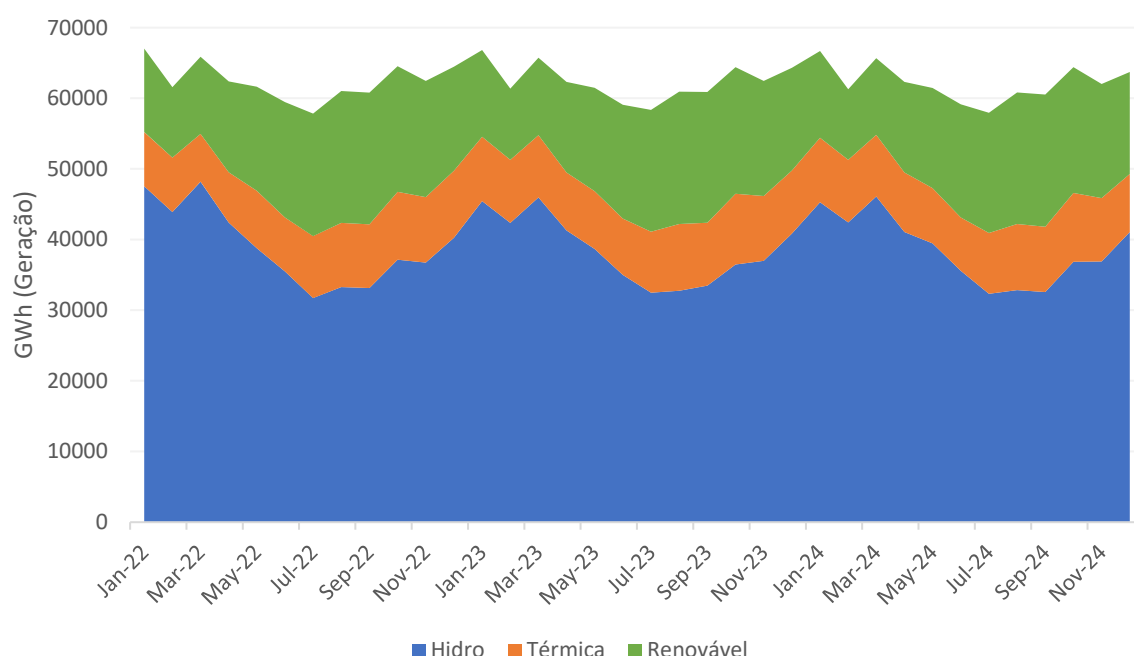
5.5.2 Simulações com contratos pré-definidos

Dado a importância dos contratos no mercado de energia e seus efeitos sobre o preço spot e a geração do sistema, foi realizada uma segunda simulação considerando a predefinição dos contratos. Como mencionado na seção 3.5.3, há um conjunto de arquivos de configuração de contratos (que utiliza o formato GRAF, ilustrado na seção 10.3) que deve ser preenchidos com dados por bloco e estágio para cada contrato modelado. Além disso, é importante ressaltar que cada contrato se refere especificamente às ofertas de um agente em um submercado. Nesse sentido, a simulação descrita ao longo desta seção considera as mesmas configurações de mercado descritas na seção 5.5.1, mas com um contrato definido por submercado para cada agente formador de preços.

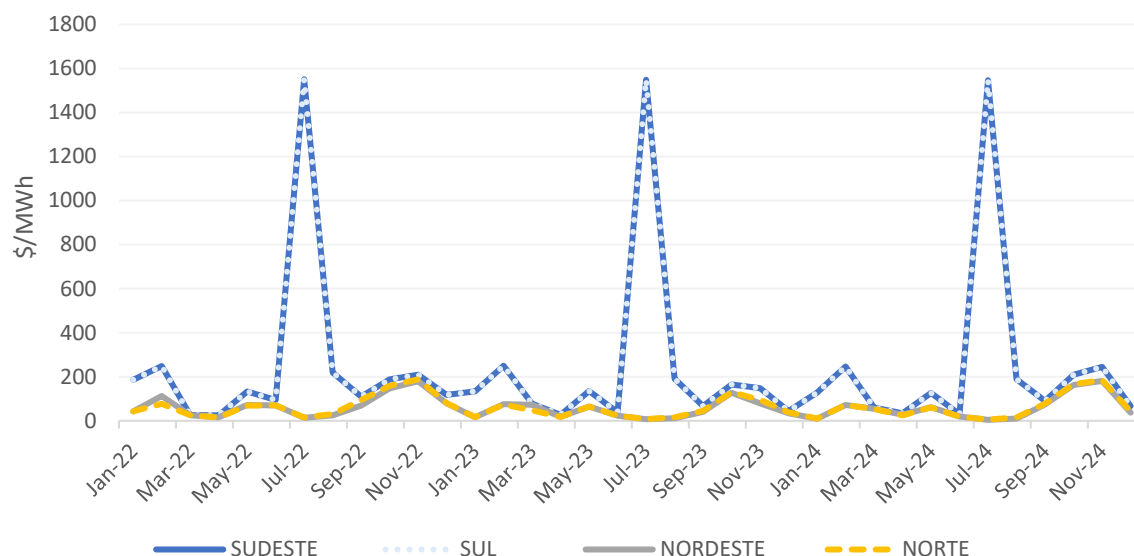
Os contratos da referida simulação levam em consideração uma quantidade contratada equivalente à 100% da geração hidrelétrica obtida na simulação do despacho centralizado, apresentada na seção 5.2.3.

Nesse sentido, a média de energia despachada em GWh/ano de cada uma das 32 usinas representativas da base de dados foi agregada por agente proprietário e distribuída entre os 36 estágios da simulação para, enfim, formar a quantidade contratada nos contratos. Para definir os preços dos contratos, a média anual dos preços capturados obtidos na simulação do despacho centralizado foi distribuída, proporcionalmente à geração da referida hidrelétrica representativa, ao longo do horizonte simulado. Assim, a simulação do mercado por ofertas, considerando a contratação de energia estipulada, resultou em uma média de geração hidrelétrica de 22786 GWh no Sudeste, 4993 GWh no Sul, 3839 GWh no Nordeste e 7061 GWh no Norte. Além disso, as unidades geradoras termelétricas, por sua vez, geraram 4872 GWh no Sudeste, 1313 GWh no Sul, 980 GWh no Nordeste e 1479 GWh no Norte, enquanto as usinas renováveis foram responsáveis por uma geração média de 4471 GWh no Sudeste, 1604 GWh no Sul, 8547 GWh no Nordeste e 359 GWh no Norte. A Figura 32 ilustra o perfil mensal da geração por tecnologia da simulação em questão.

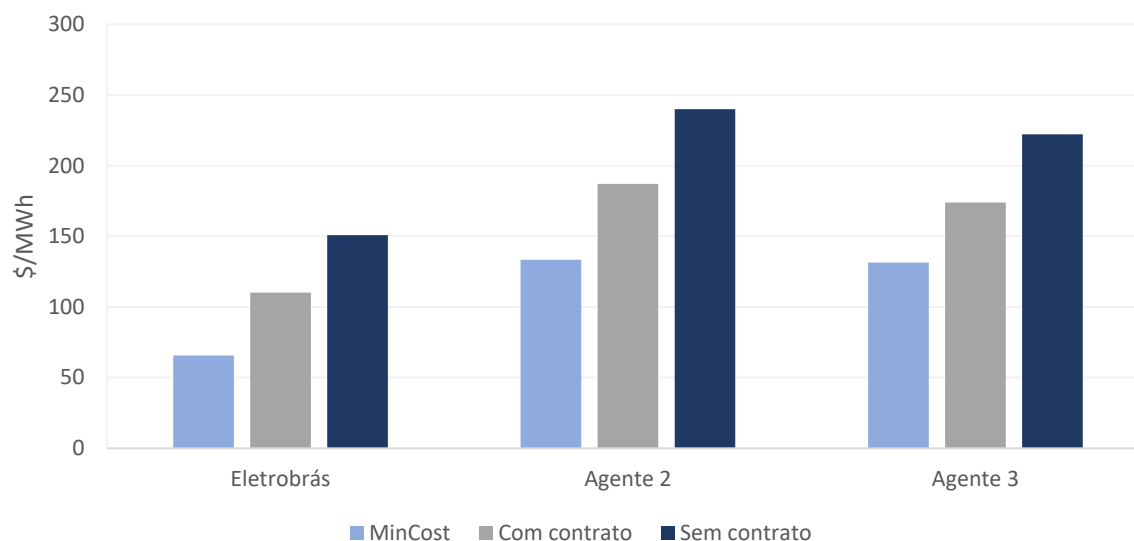
Figura 32 - Geração média mensal da rodada Optnash com contratos



No contexto de um mercado com contratos definidos conforme descrito anteriormente, o equilíbrio de mercado resultou em preços spot de 247.35 \$/MWh no Sudeste, 247.43 \$/MWh no Sul, 59.33 \$/MWh no Nordeste e 60.44 \$/MWh no Norte. É possível verificar que os preços de equilíbrio desta simulação representam um meio termo entre os resultados do despacho centralizado e o equilíbrio do mercado sem contratação. Comparativamente, o custo marginal médio do sistema na rodada sem contratação foi de 202.44 \$/MWh, enquanto na rodada com contratação foi de 157.79 \$/MWh e na simulação do despacho centralizada, também representada na etapa MinCost, foi de 124.15 \$/MWh. O perfil mensal do custo marginal operacional da simulação do mercado com contratos pode ser observado na Figura 33.

Figura 33 - Custo marginal médio por submercado da rodada Optnash com contratos

Em linha com o efeito supracitado, a implementação dos contratos também implicou em uma rentabilidade intermediária às duas rodadas descritas anteriormente nas seções 5.2.3 e 5.5.1. Enquanto o agente representativo da Eletrobrás obteve uma receita líquida de 65.64 \$/MWh no modelo de planejamento centralizado, o mesmo conseguiu 110.18 \$/MWh no mercado por ofertas com contratos pré-definidos e 150.76 \$/MWh no mercado por ofertas sem contratação de energia. Em valores absolutos, a receita obtida pelo agente representativo da Eletrobrás foi de 82.2 MM\$ na iteração de convergência do modelo. Por sua vez, os agentes 2 e 3 arrecadaram uma receita líquida de 42.9 MM\$ e 19.3 MM\$, respectivamente. Na Figura 34 é possível observar comparativamente a receita líquida por MW produzido pelos agentes formadores de preços.

Figura 34 – Receita líquida por MWh dos agentes *price-makers*

6 CONCLUSÕES

O presente relatório apresenta como principais contribuições para a possível implementação de um mecanismo de despacho e formação de preços baseado em ofertas no sistema elétrico brasileiro:

- Uma discussão transparente dos principais princípios teóricos e práticos de uma modelagem como esta (apresentada no capítulo 2), que pode ser utilizada como fundamento para extensões futuras do modelo de otimização e desenho de diferentes estratégias para a representação e solução do problema. Como demonstrado pela ampla literatura disponível sobre equilíbrios de mercado, computar equilíbrios de Nash é uma tarefa de alta complexidade, e futuros trabalhos buscando um melhor desempenho e acurácia dos resultados serão extremamente valiosos.
- Foi também disponibilizado uma ferramenta computacional capaz de solucionar problemas de equilíbrio de Nash em mercados elétricos e adaptada em particular para a modelagem do caso brasileiro, como apresentado nos capítulos 3 e 4. Espera-se que tais softwares contribuam para uma discussão mais profunda e mais descentralizada sobre o tema da formação de preços por oferta (lideradas por agentes do setor elétrico, acadêmicos, ou mesmo membros da sociedade civil), permitindo a exploração de uma série de características do sistema (físicas, de desenho de mercado, nível de concentração, e outros) e como impactam os resultados.
- Outra contribuição importante é a apresentação de um estudo de caso concreto com uma representação realista do setor elétrico brasileiro utilizando a ferramenta disponibilizada, como apresentado no capítulo 5. Este estudo de caso confirmou uma série de intuições *qualitativas* a respeito do funcionamento dos mercados por oferta, tais como a possibilidade de aumento de preços spot e a tendência a um aumento no volume armazenado (e, por vezes, no nível de vertimento). A *magnitude* de tais efeitos, evidentemente, dependerá de outras características – e inclusive dos mecanismos de mitigação de poder de mercado implementados (como explorado no Entregável 6, Desenho Detalhado).

É importante destacar que a simulação “de mínimo custo” utilizada como referência nas comparações com os resultados de equilíbrio de mercado *não* deve ser interpretada como representativa dos resultados de um modelo de despacho e formação de preços baseado em custos dos agentes. Isto porque a representação MinCost do problema considera por definição um operador onipotente, onisciente e benevolente – ao passo que na prática uma implementação real de um mercado baseado em custos possuiria os seus próprios vícios e distorções, como explorado no Entregável 1 (Princípios fundamentais e estratégias de desenho). Para que a comparação fosse justa, seria necessário contrastar os pontos negativos do mecanismo baseado em ofertas (tais como a possibilidade de exercício de poder de mercado, que pode ser avaliada pelo OptNash) com os pontos negativos de um mecanismo baseado em custos (tais como a assimetria de informação na representação do problema). Esta comparação direta, entretanto, foge do objetivo do presente projeto de P&D – que, como apresentado no Entregável 1, se propõe a investigar o melhor desenho de mecanismo possível (e um plano de implementação factível) dentro do paradigma de formação de preços baseada em ofertas dos agentes, admitindo que esta decisão já foi tomada.

Como um exemplo de trabalho que investiga os pontos negativos do mecanismo baseado em custos, pode-se citar (Munhoz, 2021), que observa que mesmo no paradigma baseado em custos do setor elétrico brasileiro há comportamento estratégico dos agentes que buscam manipular os preços e

maximizar o seu lucro (por meio de declarações de indisponibilidade). Outro exemplo é (Nazaré et al., 2019), que quantifica como a representação da verdadeira aversão ao risco e da verdadeira disposição a pagar dos agentes para evitar uma redução na sua demanda (parâmetros que são desconhecidos do operador central, mas que poderiam ser observados diretamente em um mecanismo baseado em ofertas) pode levar a um custo social significativo. Uma recomendação de trabalhos futuros, consequentemente, seria uma análise quantitativa que possa incorporar na análise as principais fragilidades e fontes de distorções de ambos os mecanismos (baseado em custos e baseado em ofertas).

7 REFERÊNCIAS

- Babonneau, F., Guevara, E., & Homem-de-mello, T. (2022). Modeling uncertainty processes in strategic energy planning optimization. *23ème Congrès Annuel de La Société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à La Décision*, INSA Lyon. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03595337>
- Bertrand, J. (1883). Théorie mathématique de la richesse sociale. *Journal Des Savants*, 67, 499–508.
- Bonnans, J. F., Cen, Z., & Christel, T. (2012). Energy contracts management by stochastic programming techniques. *Annals of Operations Research*, 200(1), 199–222. <https://doi.org/10.1007/s10479-011-0973-5>
- Cournot. (1838). *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*.
- Flach, B. da C., Barroso, L. A., & Pereira, M. V. (2010). Long Term Optimal Allocation of Hydro Generation for a Price-Maker Company in a Competitive Market: Latest Developments and a SDDP approach. <https://www.psr-inc.com/publications/scientific-production/papers/?current=t594>
- Garcia, J. D., & Chabar, R. (2016). Modelling power markets with multi-stage stochastic Nash equilibria. <http://arxiv.org/abs/1903.12539>
- Green, R. (2000). Competition in generation: The economic foundations. *Proceedings of the IEEE*, 88(2), 128–139. <https://doi.org/10.1109/5.823994>
- Hart, S., & Mas-Colell, A. (2000). A simple adaptive procedure leading to correlated equilibrium. *Econometrica*, 68(5), 1127–1150. <https://doi.org/10.1111/1468-0262.00153>
- Klemperer, B. Y. P. D., & Meyer, M. A. (1989). Supply Function Equilibria in Oligopoly under Uncertainty. *Econometrica*, 57(6), 1243–1277.
- Lloyd, S. P. (1982). Least squares quantization in PCM. *IEEE Transactions on Information Theory*, 28.2, 129–137.
- Löhndorf, N., & Shapiro, A. (2019). Modeling time-dependent randomness in stochastic dual dynamic programming. *European Journal of Operational Research*, 273(2), 650–661. <https://doi.org/10.1016/J.EJOR.2018.08.001>
- Maceira, M. E. P., Duarte, V. S., Penna, D. D. J., Moraes, L. A. M., & Melo, A. C. G. (2008). Ten years of application of stochastic dual dynamic programming in official and agent studies in Brazil - description of the new wave program.
- Maceira, M. E., Penna, D., & Damázio, J. (2006). Geração de cenários sintéticos de energia e vazão para o planejamento da operação energética. *Cadernos Do IME: Série Estatística*, 21, 11–35.
- Martin, N. C., & Fanzeres, B. (2021). Stochastic Risk-Averse Modelling of Market Power in Short-Term Electricity Markets. *LIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*.
- Munhoz, F. C. (2021). Two-settlement system for the Brazilian electricity market. *Energy Policy*, 152(February), 112234. <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2021.112234>
- Nash, J. F. (1950). Equilibrium points in n -person games. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 36(1), 48–49. <https://doi.org/10.1073/pnas.36.1.48>
- Nasrolahpour, E., Kazempour, J., Zareipour, H., & Rosehart, W. D. (2018). A Bilevel Model for Participation of a Storage System in Energy and Reserve Markets. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 9(2), 582–598. <https://doi.org/10.1109/TSTE.2017.2749434>
- Nazaré, F., Cunha, G., & Bastos, J. P. (2019). Uma metodologia para ofertas de preços no Setor Elétrico Brasileiro: Avaliação e impactos. *XXV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>

- Pereira, M. V. F. (1989). Optimal stochastic operations scheduling of large hydroelectric systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 11(3), 161–169.
- Pereira, M. V. F., & Pinto, L. M. V. G. (1991). Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. *Mathematical Programming*, 52(1–3), 359–375.
- Pereira, M. V., Granville, S., Fampa, M. H. C., Dix, R., & Barroso, L. A. (2005). Strategic bidding under uncertainty: A binary expansion approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(1), 180–188. <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2004.840397>
- Rintamäki, T., Siddiqui, A. S., & Salo, A. (2020). Strategic offering of a flexible producer in day-ahead and intraday power markets. *European Journal of Operational Research*, 284(3), 1136–1153. <https://doi.org/10.1016/J.EJOR.2020.01.044>
- Ruiz, C., & Conejo, A. J. (2009). Pool Strategy of a Producer With Endogenous Formation of Locational Marginal Prices. *IEEE Transactions on Power Systems*, 24(4), 1855–1866. <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2009.2030378>
- Schweppe, F. C., Caramanis, M. C., Tabors, R. D., & Bohn, R. E. (1988). *Spot Pricing of Electricity*. Springer, Boston, MA. <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-1-4613-1683-1>
- Stoft, S. (2002). *Power System Economics: Designing Markets for Electricity*.
- Wolak, F. A. (2020). *Wholesale Electricity Market Design*. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>

8 ANEXO 1: GLOSSÁRIO

MME	Ministério de Minas e Energia
ONS	Operador Nacional do Sistema
CCEE	Câmara de Comercialização de Energia Elétrica
Aneel	Agência Nacional de Energia Elétrica
P&D	Pesquisa e Desenvolvimento
PCH	Pequena central hidrelétrica
CVU	Custo variável unitário
TEO	Tarifa de Energia de Otimização
O&M	Operação e manutenção
NEWAVE	Software de otimização do despacho de longo prazo utilizado no Brasil
DECOMP	Software de otimização do despacho de médio prazo utilizado no Brasil
DESSEM	Software de otimização do despacho de curto prazo utilizado no Brasil
SDDP	Software comercial de otimização do despacho de médio-longo prazo
PDDE	Programação dinâmica dual estocástica

9 ANEXO 2: NOTAÇÃO CONSOLIDADA

Este anexo apresenta uma consolidação da notação utilizada ao longo do capítulo 2, explicando o significado dos índices, conjuntos, variáveis, constantes e funções utilizados.

Vale notar que algumas constantes, variáveis e funções foram indexadas de diversas formas ao longo daquele capítulo, a depender do problema de otimização específico (por exemplo, a indexação pode ser diferente se a variável está incluída em um problema de otimização intratemporal ou em um multiperíodo; em um problema determinístico ou estocástico etc.). Nesses casos, este anexo inclui o significado da constante, variável ou função utilizando o maior número de subíndices possível, exceto em casos nos quais não é trivial extrapolar o significado para um conjunto menor de subíndices.

9.1 Índices e conjuntos

- $b \in \mathcal{B}$: conjunto de agentes ofertantes
- $s \in \mathcal{S}$: conjunto de regiões
- $j \in \mathcal{J}$: conjunto de ativos (usinas geradoras, baterias, demandas, etc.) para os quais são realizadas ofertas. Cada $j \in \mathcal{J}$ pode ainda ser interpretado como um “ativo agregado” representando um conjunto de ativos, como apresentado na seção 3.3.4.
 - $j \in \mathcal{J}(b)$: conjunto de ativos pertencentes ao agente b
 - $j \in \mathcal{J}(s)$: conjunto de ativos pertencentes à região s
 - $j \in \mathcal{J}(s, b)$: conjunto de ativos pertencentes ao agente b e região s
 - $j \in \mathcal{J}^H$: conjunto de ativos para os quais existem restrições operativas intertemporais (ou seja, que relacionam variáveis de diferentes períodos), por exemplo, hidrelétricas
 - $j \in \mathcal{J}^H(b)$: conjunto de ativos do agente b para os quais existem restrições operativas intertemporais
 - $j \in \mathcal{J}_0$: conjunto de ativos que não estão alocados a nenhum agente
 - $j \in \mathcal{J}_0^H$: conjunto de ativos que não estão alocados a nenhum agente e para os quais existem restrições operativas intertemporais
- $m \in \mathcal{M}(j)$: conjunto dos segmentos de oferta relativos ao ativo j
- $t \in \mathcal{T}$: conjunto de períodos no horizonte
- $h \in \mathcal{H}(t)$: conjunto das subdivisões temporais (por exemplo, horas ou blocos de horas) no período t
- $c \in \mathcal{C}$: conjunto dos clusters
- $q \in \mathcal{Q}$: conjunto de amostras (cenários) dos ruídos aleatórios
 - $q \in \mathcal{Q}(c)$ conjunto de amostras (cenários) dos ruídos aleatórios associadas ao cluster c
- $p \in \mathcal{P}$: conjunto de amostras (cenários) dos ruídos aleatórios. A distinção entre p e q é feita no contexto da PDDE, em que p indexa as trajetórias da variável de estado acompanhadas pelo modelo (*forward*) e q indexa as aberturas para cálculo da função de custo futuro (*backward*).

- $p \in \mathcal{P}(c)$ conjunto de amostras (cenários) dos ruídos aleatórios associadas ao cluster c
- $n \in \mathcal{N}$: conjunto de hiperplanos (ou cortes) usados para aproximar a função objetivo (também pode ser usado para indexar o conjunto das iterações do algoritmo de PDDE)
- $k \in \mathcal{K}(b)$: conjunto de segmentos de reta que descrevem a envoltória convexa da função de receita do agente b , de acordo com o procedimento descrito na seção 3.3.5.

9.2 Parâmetros exógenos

- D_{st} : demanda “não-alocada” (ou seja, que precisa ser atendida, mas que não está associada a nenhum ofertante) na região s e período t .
- ρ : taxa de desconto intertemporal.
- V_j : limite máximo de geração do ativo j ao longo do horizonte.
- $\tilde{E}_j$: capacidade máxima do ativo j
- M_{c^0c} : probabilidade condicional de que o sistema migre para o cluster $c \in \mathcal{C}$ no período seguinte, dado que ele se encontra no cluster $c^0 \in \mathcal{C}$ no período atual.
- ξ_q : ruído aleatório, no cenário q
- P_{mjt} : preço de oferta do ativo j , no segmento m e tempo t .
- E_{mjt} : quantidade ofertada (ou demandada, se negativo) do ativo j no segmento m e tempo t .
- Π_{shp} : preço *spot* de mercado usado como referência na série amostral p para o submercado s e intervalo temporal h
- I_{mjhp} : função indicadora (igual a zero ou um) que determina se a oferta do segmento m para o ativo j no intervalo temporal h seria aceita na série amostral p (comparando os dados de entrada de preço de oferta P e preço *spot* Π)
- $\phi_{n,c,t}^0, \phi_{n,c,t}^A$ e $\phi_{n,c,t,j}^V$: coeficientes do hiperplano (corte) n usado para aproximar a função de custo futuro na função objetivo do período t e cluster c .
- $\phi_{bnc,t}^0, \phi_{bnc,t}^A$ e $\phi_{bnc,t,j}^V$: coeficientes do hiperplano (corte) n usado para aproximar a função de lucro futuro na função objetivo do agente b no período t e cluster c .
- $\phi_{bpt}^0, \phi_{bpt}^E$: coeficientes do hiperplano (corte) p usado para aproximar a função receita do agente b no período t (mais precisamente, a sua envoltória convexa).

Vale destacar que as variáveis E e Π são tratadas como parâmetros exógenos quando representadas desta forma, embora elas sejam determinadas a partir de variáveis de decisão (e e π) de outros problemas de otimização no fluxograma do modelo de Equilíbrio de Nash. Similarmente, o parâmetro ϕ é construído a partir das iterações do modelo seguindo o algoritmo da PDDE, mas do ponto de vista da construção dos problemas de otimização relevantes este parâmetro é considerado um dado de entrada fixo.

9.3 Variáveis de decisão

- e_{mjt} : geração (ou consumo, se negativo) do ativo j , associada ao segmento m de oferta, no período t .

- x_{mjt} : percentual (entre 0 e 100%) da oferta (ou da capacidade, a depender do problema) do ativo j , associada ao segmento m , aceita pelo operador, no tempo t .
- π_{sh} : preço marginal da energia na região s e tempo h
- f_{ssh} : fluxo de energia sendo transferido da região s para a região $\hat{s}$ e tempo h .
- v_{jt}^0 : variável de estado do ativo j (por exemplo, nível do reservatório da hidrelétrica j) ao início do período t
- v_{jt} : variável de estado do ativo j (por exemplo, nível do reservatório da hidrelétrica j) ao fim do período t
- a_{tqc} : vetor de variáveis aleatórias (por exemplo, aflúncias) no período t e cenário q associado ao cluster c
- z_{tqc} : valor da função objetivo no período t , no cenário q associado ao cluster c
- r_{jh} : receita de determinado agente para o ativo j e no intervalo h

9.4 Funções

- $\mathbb{C}_j$: custo de geração do ativo j , em função de sua geração física
- $\mathbb{L}$: restrições físicas dos ativos e da rede elétrica
- $\mathbb{L}_b$: restrições físicas dos ativos do agente b
- $\mathbb{V}_j$: balanço hídrico para o reservatório da hidrelétrica j
- $\mathbb{A}$: regra de evolução temporal das variáveis aleatórias
- $\mathbb{P}_{sbh}$: preço da energia na região s e tempo t , como função das ofertas do agente b
- $\hat{\mathbb{R}}_b$: receita do agente b , em função de suas ofertas preço-energia
- $\hat{\mathbb{C}}_b$: custo de geração do agente b , em função de suas ofertas preço-energia
- $z_{b,t}$: função objetivo no período t (para o agente b , no caso do problema de otimização do lucro). Também é chamada função valor da equação de Bellman.

9.5 Operadores

- $\mathbb{E}$: valor esperado de uma variável aleatória

10 ANEXO 3: ARQUIVOS DE DADOS DA RODADA MINCOST

10.1 Arquivos de vazões afluentes

O modelo espera receber informações sobre as amostras estocásticas a serem utilizadas no processo de otimização, incluindo um conjunto de dados para as simulações *forward* (nos arquivos *forward.hdr* e *forward.bin*) e um conjunto de dados para as simulações *backward* (nos arquivos *backward.hdr* e *backward.bin*). Nota-se que, de modo a alcançar uma melhor compactação dos dados e performance de leitura, estes arquivos não são tipicamente legíveis por editores de texto tradicionais – entretanto, de modo a evitar qualquer dificuldade por parte do usuário com a criação e manipulação destes arquivos, o modelo BidModelsConverter inclui um módulo responsável por esta geração de cenários (vide seção 4.2.2). Nota-se que a metodologia de geração de cenários aplicada é um modelo periódico autorregressivo com ruídos distribuídos seguindo uma curva lognormal, em linha com as práticas usuais do setor elétrico brasileiro (M. E. Maceira et al., 2006).

10.2 Arquivos de dado resultantes da minimização de custo

Há alguns arquivos esperados pelo modelo de equilíbrio de Nash nas etapas MinCost (vide seção 3.3.1) e Clustering (vide seção 3.3.2), cujas características são sumarizadas na Tabela 7. Estas informações devem ser providas por etapa, série, e patamar de carga, de forma compatível com o restante das informações de cadastro disponíveis na base de dados do OptNash, e devem seguir um formato de arquivo específico (apresentado na seção 10.3).

Em particular, nota-se que para todos os arquivos listados as “colunas do arquivo” devem estar associadas aos agentes correspondentes: isto é, cada uma das colunas do arquivo de dado deve corresponder a uma hidrelétrica, a um sistema ou a uma interconexão entre sistemas conforme definidos na base de dados OptNash (nos arquivos-texto *chidro.dat*, *sistem.dat* e *cintme03.dat* respectivamente). A nomenclatura no cabeçalho das colunas de dado dos arquivos apresentados na Tabela 7 deve também coincidir com a nomenclatura dos agentes na base de dados.

Tabela 7 – Quadro resumo dos arquivos de dado esperados

Informação	Unidade	Nome do arquivo	Colunas do arquivo	Valor padrão
Produção hidrelétrica	GWh	gerhid.csv	Hidrelétricas	Máximo
Vertimento por hidrelétrica	m ³ /s	qverti.csv	Hidrelétricas	Zero
Volume armazenado ao final da etapa	hm ³	volfin.csv	Hidrelétricas	V. mínimo
Custo de oportunidade da água	\$/MWh	oppchg.csv	Hidrelétricas	5% × CDEF
Preço de liquidação de diferenças	\$/MWh	spot_price.csv	Sistemas	5% × CDEF
Intercâmbios entre sistemas	GWh	interc.csv	Intercâmbios	Zero

Nota-se que cada um destes arquivos esperados pelo modelo possui também um valor “padrão” (apresentado de forma sintética na última coluna da Tabela 7) que será utilizado pelo OptNash caso o arquivo de dado de entrada não seja considerado. Em particular:

- O valor padrão para a produção hidrelétrica corresponde à totalidade da potência disponível da hidrelétrica em questão, convertida em GWh utilizando a duração da etapa e bloco em questão

- O vertimento e o intercâmbio entre sistemas assumem um valor padrão igual a zero. Para o volume armazenado, este valor é igual ao volume mínimo da usina (efetivamente igual a zero em termos de volume útil).
- Já para o custo de oportunidade da água e preço de liquidação de diferenças, aplica-se um multiplicador de 5% ao dado de custo do déficit definido na base de dados. Nas bases de dados do sistema brasileiro em 2022, com um custo do déficit da ordem de 6500 R\$/MWh, esta referência implica em uma estimativa de custo marginal da ordem de 325 R\$/MWh.

Nota-se que usando a opção de execução “CreateMinCostFiles = 1” pode-se criar arquivos de dado de entrada com os valores default e as dimensões devidas (esperadas pelo modelo).

10.3 Formato GRAF

Os arquivos de dado esperados pelo modelo OptNash, da mesma forma que muitos dados de entrada do modelo BidBasedDispatch que também foi desenvolvido no âmbito do presente P&D, seguem um formato padronizado para arquivos CSV (*comma-separated values*), conforme ilustrado na Figura 35.

Figura 35 – Exemplo de Arquivo em Formato GRAF

Varies per	1	Unit	MWh	5	1	2014
Varies per	1					
# of agent	3	A				B
Stag	Seq.	Blck	Hidro 1	Hidro 2	Hidro 3	
1	1	1	5.45562	8.18344	11	
1	1	2	9.85562	14.7834	0	
1	1	3	9.85562	14.7834	0	
1	1	4	9.85562	14.7834	0	

Nota-se que os dados deste arquivo podem ser divididos entre um cabeçalho (composto pelos quadros A e B), colunas de identificação (quadro C), e colunas de dados (quadro D). Um detalhamento do significado de cada um destes campos pode ser encontrado no Manual do Usuário do modelo BidBasedDispatch. A versão mais atual do modelo, bem como o seu respectivo manual, pode ser obtida no seguinte repositório on-line: <https://bitbucket.org/psr/bidbaseddispatch.jl/src/master/>.

11 ANEXO 4: CMO MÉDIO DO EQUILÍBRIO EM COMPETIÇÃO PERFEITA

O presente anexo tem como objetivo apresentar a média mensal do custo marginal operacional (CMO) referente aos resultados apresentados na seção 5.2. As tabelas abaixo apresentam as médias desta variável para todo o horizonte de simulação, considerando todos os cenários e blocos de horas, com seus respectivos pesos nas médias finais divulgadas.

11.1 CMO do caso brasil desagregado com restrições

\$/MWh	SUDESTE	SUL	NORDESTE	NORTE
Jan-22	432.01	432.00	431.94	330.48
Feb-22	315.03	315.03	131.52	97.76
Mar-22	35.00	35.02	29.10	27.75
Apr-22	34.15	37.34	23.12	20.37
May-22	159.89	159.89	78.44	78.44
Jun-22	80.47	91.07	40.58	41.97
Jul-22	1574.95	1574.95	152.29	162.46
Aug-22	384.81	384.81	85.04	123.90
Sep-22	58.12	58.12	36.68	54.66
Oct-22	80.87	80.87	47.52	80.15
Nov-22	67.56	67.56	47.86	60.20
Dec-22	77.11	77.11	61.08	71.40
Jan-23	154.98	154.98	53.07	53.18
Feb-23	260.62	260.62	84.36	83.50
Mar-23	25.42	25.42	21.45	20.21
Apr-23	23.80	24.07	22.21	20.71
May-23	148.82	148.82	83.59	77.45
Jun-23	73.12	75.77	39.84	41.28
Jul-23	1579.00	1579.00	168.83	179.90
Aug-23	407.51	407.51	102.78	152.81
Sep-23	136.94	136.94	52.95	90.52
Oct-23	143.15	143.15	62.92	92.68
Nov-23	123.41	123.41	78.95	93.03
Dec-23	83.04	83.04	67.89	73.90
Jan-24	161.36	161.36	53.31	53.31
Feb-24	299.78	299.80	84.85	83.81
Mar-24	35.82	44.41	24.54	23.95
Apr-24	37.00	45.02	30.42	27.44
May-24	171.14	171.14	84.96	84.95
Jun-24	112.04	124.11	36.61	63.94
Jul-24	1597.02	1597.02	95.62	113.51
Aug-24	405.54	405.54	80.78	134.10
Sep-24	169.06	169.06	39.63	143.72
Oct-24	153.69	153.69	74.92	127.47
Nov-24	137.54	137.54	75.73	110.96
Dec-24	84.23	85.42	70.37	74.85
Jan-25	164.97	164.97	41.53	41.56

PROPOSTAS DE METODOLOGIAS PARA A FORMAÇÃO DE PREÇOS POR OFERTA NO BRASIL

Feb-25	280.88	280.96	80.24	79.79
Mar-25	21.59	25.97	16.18	16.10
Apr-25	16.38	19.70	14.29	13.60
May-25	146.31	146.31	72.48	72.61
Jun-25	66.09	67.90	32.27	33.97
Jul-25	1572.77	1572.77	169.00	176.77
Aug-25	442.30	442.30	125.19	182.84
Sep-25	126.48	126.48	61.93	112.53
Oct-25	164.85	164.85	121.72	146.65
Nov-25	161.06	161.06	109.12	130.65
Dec-25	135.10	135.10	109.40	119.20
Jan-26	173.77	173.77	41.74	42.38
Feb-26	313.70	313.70	83.70	82.86
Mar-26	30.17	34.98	19.64	16.18
Apr-26	25.81	29.90	17.36	13.77
May-26	162.73	162.73	75.86	74.92
Jun-26	92.12	97.91	33.19	35.52
Jul-26	1580.75	1580.75	103.68	121.80
Aug-26	384.83	384.83	95.91	154.14
Sep-26	86.35	89.08	51.66	83.37
Oct-26	124.14	124.14	98.57	111.57
Nov-26	137.16	137.18	93.98	113.54
Dec-26	122.99	123.25	89.01	94.15
Jan-27	158.57	158.57	46.97	47.18
Feb-27	276.84	276.84	81.45	80.90
Mar-27	37.68	37.68	21.38	19.73
Apr-27	32.42	35.77	20.71	19.15
May-27	167.36	167.36	82.05	81.59
Jun-27	101.30	101.30	36.17	39.39
Jul-27	1578.51	1578.51	115.41	128.05
Aug-27	376.90	376.90	96.49	142.15
Sep-27	70.81	70.81	49.14	66.95
Oct-27	90.11	90.11	64.13	84.58
Nov-27	81.14	81.14	68.24	80.81
Dec-27	88.24	92.32	60.62	74.86
Jan-28	167.28	167.28	41.46	41.47
Feb-28	272.59	272.59	80.19	78.97
Mar-28	24.75	25.00	17.47	16.09
Apr-28	22.90	25.68	16.38	14.71
May-28	151.41	151.41	70.28	70.28
Jun-28	60.18	61.16	25.61	25.95
Jul-28	1566.17	1566.17	88.84	97.91
Aug-28	359.43	359.43	80.17	108.81
Sep-28	48.40	48.44	31.31	43.04
Oct-28	74.05	74.05	45.51	65.93
Nov-28	85.82	85.82	58.65	75.96
Dec-28	81.11	81.11	53.42	63.59

11.2 CMO do caso Brasil desagregado sem restrições

\$/MWh	SUDESTE	SUL	NORDESTE	NORTE
Jan-22	164.91	164.91	69.26	69.26
Feb-22	246.39	246.39	119.29	84.03
Mar-22	14.09	14.09	13.86	13.71
Apr-22	14.55	14.57	14.01	13.26
May-22	126.86	126.86	68.80	68.80
Jun-22	36.60	36.83	17.15	17.85
Jul-22	1556.85	1556.85	35.31	37.05
Aug-22	301.13	301.13	19.50	26.28
Sep-22	22.17	22.17	16.93	21.73
Oct-22	19.89	19.89	16.73	19.10
Nov-22	19.91	19.91	17.08	18.87
Dec-22	30.97	30.97	24.93	27.83
Jan-23	131.33	131.33	29.04	29.04
Feb-23	245.71	245.71	76.96	76.77
Mar-23	13.82	13.82	13.39	13.39
Apr-23	13.17	13.33	13.11	12.98
May-23	122.13	122.13	69.52	69.52
Jun-23	31.21	32.11	15.67	15.85
Jul-23	1556.27	1556.27	28.29	29.89
Aug-23	302.99	302.99	18.37	26.13
Sep-23	51.55	51.55	15.49	28.27
Oct-23	39.96	39.96	17.09	24.72
Nov-23	61.86	61.86	20.65	26.25
Dec-23	33.34	33.34	25.55	28.44
Jan-24	134.59	134.59	27.76	27.76
Feb-24	261.60	261.60	79.07	78.49
Mar-24	19.12	19.88	15.95	15.31
Apr-24	20.18	22.30	18.51	18.42
May-24	145.15	145.15	74.05	74.05
Jun-24	64.46	71.42	21.68	24.55
Jul-24	1571.44	1571.44	24.92	28.02
Aug-24	304.40	304.40	15.94	28.35
Sep-24	46.28	46.28	15.51	28.45
Oct-24	38.94	38.94	18.16	31.31
Nov-24	58.39	58.39	21.03	27.67
Dec-24	33.86	33.86	25.55	30.47
Jan-25	139.58	139.58	23.77	23.78
Feb-25	261.06	261.06	78.26	77.44
Mar-25	16.62	16.92	14.32	13.80
Apr-25	13.04	14.20	12.92	12.77
May-25	123.25	123.25	68.50	68.50
Jun-25	38.75	39.73	15.84	15.92

Jul-25	1559.37	1559.37	25.19	28.24
Aug-25	327.77	327.77	18.97	29.13
Sep-25	37.80	37.80	15.71	22.00
Oct-25	53.21	53.21	25.65	40.61
Nov-25	52.48	52.48	25.61	33.50
Dec-25	81.04	81.04	43.17	45.82
Jan-26	148.62	148.62	25.91	25.88
Feb-26	284.42	284.42	82.38	81.98
Mar-26	22.56	22.56	18.79	16.34
Apr-26	21.85	23.63	18.65	14.61
May-26	132.89	132.89	70.55	70.55
Jun-26	50.80	57.12	25.63	26.25
Jul-26	1565.83	1565.83	34.39	41.68
Aug-26	301.95	301.95	27.33	43.84
Sep-26	42.20	42.20	23.09	31.36
Oct-26	37.15	37.15	25.93	32.53
Nov-26	93.50	94.22	28.49	42.24
Dec-26	54.50	54.59	32.57	36.56
Jan-27	138.85	138.85	29.31	29.31
Feb-27	261.62	261.62	80.70	79.96
Mar-27	24.01	24.29	18.12	17.48
Apr-27	20.95	22.49	19.36	16.82
May-27	149.66	149.66	73.24	73.24
Jun-27	56.22	56.22	18.81	20.40
Jul-27	1564.78	1564.78	34.42	38.51
Aug-27	316.85	316.85	30.13	39.09
Sep-27	29.45	29.45	18.96	26.47
Oct-27	30.90	30.90	22.22	28.54
Nov-27	33.84	33.84	23.83	30.12
Dec-27	62.49	62.61	33.29	56.49
Jan-28	146.85	146.85	26.23	26.23
Feb-28	268.25	268.25	77.65	76.85
Mar-28	14.87	14.87	13.60	13.44
Apr-28	13.38	13.89	13.14	12.89
May-28	126.10	126.10	68.21	68.21
Jun-28	36.17	36.17	15.67	15.84
Jul-28	1558.18	1558.18	26.66	30.25
Aug-28	319.91	319.91	21.08	36.15
Sep-28	26.95	26.95	13.97	23.44
Oct-28	31.25	31.25	18.57	25.90
Nov-28	31.10	31.10	18.08	25.51
Dec-28	30.49	30.49	24.93	25.74

11.3 CMO do caso Brasil agregado sem restrições

\$/MWh	SUDESTE	SUL	NORDESTE	NORTE
--------	---------	-----	----------	-------

PROPOSTAS DE METODOLOGIAS PARA A FORMAÇÃO DE PREÇOS POR OFERTA NO BRASIL

Jan-22	189.30	189.30	60.10	59.81
Feb-22	255.18	257.44	128.60	92.42
Mar-22	30.77	34.80	30.01	29.46
Apr-22	24.79	30.65	24.49	23.79
May-22	142.19	142.10	78.37	78.44
Jun-22	40.35	40.27	28.93	28.97
Jul-22	1562.46	1562.32	27.74	26.40
Aug-22	211.80	211.80	21.43	28.15
Sep-22	27.67	27.74	23.94	26.54
Oct-22	41.72	41.72	27.31	30.53
Nov-22	55.75	55.75	24.89	54.45
Dec-22	35.21	36.33	26.59	27.37
Jan-23	134.86	134.86	19.49	19.52
Feb-23	262.51	265.05	80.59	80.10
Mar-23	18.95	18.95	16.13	15.51
Apr-23	16.25	23.03	15.90	15.39
May-23	138.82	138.82	70.48	70.55
Jun-23	22.65	22.82	15.83	15.88
Jul-23	1555.34	1555.34	16.84	16.56
Aug-23	190.83	190.83	13.30	17.70
Sep-23	20.14	20.24	14.42	14.45
Oct-23	17.60	17.60	14.26	14.29
Nov-23	18.55	18.55	14.60	14.66
Dec-23	16.78	16.78	15.04	15.07
Jan-24	128.24	128.24	13.15	13.17
Feb-24	254.26	255.05	75.49	75.49
Mar-24	13.95	14.52	12.89	12.88
Apr-24	12.91	13.48	12.88	12.83
May-24	128.32	128.32	68.02	68.03
Jun-24	15.42	15.42	13.03	13.04
Jul-24	1553.21	1553.21	12.93	12.96
Aug-24	185.57	185.57	9.38	13.15
Sep-24	13.13	13.19	13.05	13.12
Oct-24	13.20	13.20	13.09	13.14
Nov-24	13.44	13.44	13.24	13.30
Dec-24	14.74	14.74	14.11	14.18
Jan-25	127.36	127.36	14.01	14.06
Feb-25	245.21	245.24	75.71	75.73
Mar-25	13.68	13.68	13.29	13.30
Apr-25	13.78	14.00	13.35	12.88
May-25	130.78	130.78	68.70	68.72
Jun-25	19.07	19.07	14.94	16.26
Jul-25	1554.55	1553.93	14.55	14.73
Aug-25	189.50	189.49	10.76	15.27
Sep-25	14.98	15.05	14.51	14.85
Oct-25	17.52	17.54	14.74	15.00
Nov-25	16.79	16.79	16.47	16.65

PROPOSTAS DE METODOLOGIAS PARA A FORMAÇÃO DE PREÇOS POR OFERTA NO BRASIL

Dec-25	14.50	14.50	13.54	13.70
Jan-26	127.57	127.57	13.65	13.76
Feb-26	245.21	245.21	75.74	75.75
Mar-26	13.84	13.84	13.42	13.46
Apr-26	14.19	14.50	14.03	13.98
May-26	129.76	129.76	68.49	68.50
Jun-26	16.42	16.42	14.18	14.55
Jul-26	1553.72	1553.72	13.49	13.64
Aug-26	186.00	186.00	9.85	13.98
Sep-26	14.01	14.02	13.73	14.00
Oct-26	14.28	14.28	14.02	14.23
Nov-26	14.15	14.15	13.94	14.11
Dec-26	15.36	15.36	14.25	14.38
Jan-27	127.60	127.60	13.83	13.94
Feb-27	247.48	247.48	75.67	75.65
Mar-27	14.15	14.15	13.68	13.34
Apr-27	14.39	14.59	14.35	12.79
May-27	130.04	130.04	68.04	68.04
Jun-27	18.17	18.17	14.15	14.30
Jul-27	1555.89	1555.89	15.82	16.47
Aug-27	207.22	207.22	10.42	14.65
Sep-27	17.16	17.18	14.90	15.72
Oct-27	26.29	26.34	15.46	15.91
Nov-27	26.04	26.04	14.18	14.25
Dec-27	15.67	15.67	13.47	13.58
Jan-28	129.30	129.30	13.51	13.56
Feb-28	247.25	247.25	75.43	75.44
Mar-28	13.05	13.05	12.79	12.79
Apr-28	12.78	12.93	12.78	12.78
May-28	127.97	127.97	67.93	67.93
Jun-28	13.64	13.64	12.77	12.77
Jul-28	1553.06	1553.06	12.77	12.77
Aug-28	185.07	185.07	9.13	12.77
Sep-28	12.77	12.77	12.77	12.77
Oct-28	12.77	12.77	12.77	12.77
Nov-28	12.77	12.77	12.77	12.77
Dec-28	12.77	12.77	12.77	12.77

12 ANEXO 5: RESUMO DOS CASOS EXEMPLO APRESENTADOS NO RELATÓRIO

Seção	Caso	Modelo	Agentes Formadores de Preços	Divisão Hidrelétrica	Região	Restrições	Agregação
5.2.1	Caso Brasil desagregado com restrições	SDDP ou NEWAVE	-	-	Brasil	Sim	Não
5.2.2	Caso Brasil desagregado sem restrições	SDDP ou NEWAVE	-	-	Brasil	Não	Não
5.2.3	Caso Brasil agregado sem restrições	SDDP ou NEWAVE	-	-	Brasil	Não	Sim
5.3	Caso sudeste agregado sem restrições	OptNash	1	30%	Sudeste	Não	Sim
5.4	Caso sudeste agregado sem restrições	OptNash	1	0%	Sudeste	Não	Sim
5.4	Caso sudeste agregado sem restrições	OptNash	1	10%	Sudeste	Não	Sim
5.4	Caso sudeste agregado sem restrições	OptNash	1	30%	Sudeste	Não	Sim
5.4	Caso sudeste agregado sem restrições	OptNash	1	50%	Sudeste	Não	Sim
5.4	Caso sudeste agregado sem restrições	OptNash	1	70%	Sudeste	Não	Sim
5.4	Caso sudeste agregado sem restrições	OptNash	1	90%	Sudeste	Não	Sim

5.5	Caso Brasil agregado sem restrições	OptNash	3	36.6% - 8% - 4.5%	Brasil	Não	Sim
------------	-------------------------------------	---------	---	-------------------	--------	-----	-----